

真理値分析(2) 解答

問題 1

$$\begin{array}{ll}
 (1) & (P \rightarrow Q) \leftrightarrow ((P \& Q) \leftrightarrow P) \\
 (T \rightarrow Q) \leftrightarrow ((T \& Q) \leftrightarrow T) & (\perp \rightarrow Q) \leftrightarrow ((\perp \& Q) \leftrightarrow \perp) \\
 Q \leftrightarrow (Q \leftrightarrow T) & T \leftrightarrow (\perp \leftrightarrow \perp) \\
 Q \leftrightarrow Q & T \leftrightarrow T \\
 T & T
 \end{array}$$

よって与えられた論理式は恒真である。

$$\begin{array}{ll}
 (2) & (P \rightarrow Q) \leftrightarrow ((P \vee Q) \leftrightarrow Q) \\
 (P \rightarrow T) \leftrightarrow ((P \vee T) \leftrightarrow T) & (P \rightarrow \perp) \leftrightarrow ((P \vee \perp) \leftrightarrow \perp) \\
 T \leftrightarrow (T \leftrightarrow T) & \sim P \leftrightarrow (P \leftrightarrow \perp) \\
 T \leftrightarrow T & \sim P \leftrightarrow \sim P \\
 T & T
 \end{array}$$

よって与えられた論理式は恒真である。

$$\begin{array}{ll}
 (3) & (P \rightarrow (Q \& R)) \rightarrow ((P \& Q) \leftrightarrow (P \& R)) \\
 (T \rightarrow (Q \& R)) \rightarrow ((T \& Q) \leftrightarrow (T \& R)) & (\perp \rightarrow (Q \& R)) \rightarrow ((\perp \& Q) \leftrightarrow (\perp \& R)) \\
 (Q \& R) \rightarrow (Q \leftrightarrow R) & T \rightarrow (\perp \leftrightarrow \perp) \\
 (T \& R) \rightarrow (T \leftrightarrow R) & (\perp \& R) \rightarrow (\perp \leftrightarrow R) \\
 R \rightarrow R & \perp \rightarrow \sim R \\
 T & T
 \end{array}$$

よって与えられた論理式は恒真である。

$$\begin{array}{ll}
 (4) & (P \& (Q \rightarrow R)) \vee ((\sim P \leftrightarrow (Q \& \sim R)) \rightarrow \sim(P \vee \sim R)) \\
 (T \& (Q \rightarrow R)) \vee ((\sim T \leftrightarrow (Q \& \sim R)) \rightarrow \sim(T \vee \sim R)) & (\perp \& (Q \rightarrow R)) \vee ((\sim \perp \leftrightarrow (Q \& \sim R)) \rightarrow \sim(\perp \vee \sim R)) \\
 (Q \rightarrow R) \vee ((\perp \leftrightarrow (Q \& \sim R)) \rightarrow \sim T) & \perp \vee ((T \leftrightarrow (Q \& \sim R)) \rightarrow \sim \sim R) \\
 (Q \rightarrow R) \vee (\sim(Q \& \sim R) \rightarrow \perp) & \perp \vee ((Q \& \sim R) \rightarrow R) \\
 (Q \rightarrow R) \vee \sim \sim(Q \& \sim R) & (Q \& \sim R) \rightarrow R \\
 (Q \rightarrow R) \vee (Q \& \sim R) & (Q \& \sim T) \rightarrow T \quad (Q \& \sim \perp) \rightarrow \perp \\
 (T \rightarrow R) \vee (T \& \sim R) & T \quad (Q \& T) \rightarrow \perp \\
 R \vee \sim R & T \quad Q \rightarrow \perp \\
 T & T \quad \sim Q \\
 & \sim T \quad \sim \perp \\
 & \perp \quad T
 \end{array}$$

よって与えられた論理式は恒真ではない ($P = \perp, Q = T, R = \perp$ のとき偽)。

問題 2

$$\begin{array}{ll}
 (1) & ((P \& Q) \& R) \leftrightarrow (P \& (Q \& R)) \\
 ((T \& Q) \& R) \leftrightarrow (T \& (Q \& R)) & ((\perp \& Q) \& R) \leftrightarrow (\perp \& (Q \& R)) \\
 (Q \& R) \leftrightarrow (Q \& R) & (\perp \& R) \leftrightarrow \perp \\
 T & \perp \leftrightarrow \perp \\
 & T
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 (2) & ((P \vee Q) \vee R) \leftrightarrow (P \vee (Q \vee R)) \\
 ((T \vee Q) \vee R) \leftrightarrow (T \vee (Q \vee R)) & ((\perp \vee Q) \vee R) \leftrightarrow (\perp \vee (Q \vee R)) \\
 (T \vee R) \leftrightarrow T & (Q \vee R) \leftrightarrow (Q \vee R) \\
 T \leftrightarrow T & T \\
 T &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 (3) & P \leftrightarrow (P \vee (P \& Q)) \\
 T \leftrightarrow (T \vee (T \& Q)) & \perp \leftrightarrow (\perp \vee (\perp \& Q)) \\
 T \leftrightarrow (T \vee Q) & \perp \leftrightarrow (\perp \vee \perp) \\
 T \leftrightarrow T & \perp \leftrightarrow \perp \\
 T & T
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 (4) & P \leftrightarrow (P \& (P \vee Q)) \\
 T \leftrightarrow (T \& (T \vee Q)) & \perp \leftrightarrow (\perp \& (\perp \vee Q)) \\
 T \leftrightarrow (T \& T) & \perp \leftrightarrow \perp \\
 T \leftrightarrow T & T \\
 T &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(5) & \sim(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow ((P \vee Q) \& \sim(P \& Q)) & \\
\sim(T \leftrightarrow Q) \leftrightarrow ((T \vee Q) \& \sim(T \& Q)) & \sim(\perp \leftrightarrow Q) \leftrightarrow ((\perp \vee Q) \& \sim(\perp \& Q)) & \\
\sim Q \leftrightarrow (T \& \sim Q) & \sim \sim Q \leftrightarrow (Q \& \sim \perp) & \\
\sim Q \leftrightarrow \sim Q & Q \leftrightarrow (Q \& T) & \\
\top & Q \leftrightarrow Q & \\
& \top &
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(6) & (P \leftrightarrow (Q \leftrightarrow R)) \leftrightarrow ((P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow R) & \\
(T \leftrightarrow (Q \leftrightarrow R)) \leftrightarrow ((T \leftrightarrow Q) \leftrightarrow R) & (\perp \leftrightarrow (Q \leftrightarrow R)) \leftrightarrow ((\perp \leftrightarrow Q) \leftrightarrow R) & \\
(Q \leftrightarrow R) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow R) & \sim(Q \leftrightarrow R) \leftrightarrow (\sim Q \leftrightarrow R) & \\
\top & \sim(T \leftrightarrow R) \leftrightarrow (\sim T \leftrightarrow R) & \sim(\perp \leftrightarrow R) \leftrightarrow (\sim \perp \leftrightarrow R) \\
& \sim R \leftrightarrow (\perp \leftrightarrow R) & \sim \sim R \leftrightarrow (T \leftrightarrow R) \\
& \sim R \leftrightarrow \sim R & R \leftrightarrow R \\
& \top & \top
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(7) & (P \& (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \& Q) \vee (P \& R)) & \\
(T \& (Q \vee R)) \leftrightarrow ((T \& Q) \vee (T \& R)) & (\perp \& (Q \vee R)) \leftrightarrow ((\perp \& Q) \vee (\perp \& R)) & \\
(Q \vee R) \leftrightarrow (Q \vee R) & \perp \leftrightarrow (\perp \vee \perp) & \\
\top & \perp \leftrightarrow \perp & \\
& \top &
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(8) & (P \vee (Q \& R)) \leftrightarrow ((P \vee Q) \& (P \vee R)) & \\
(T \vee (Q \& R)) \leftrightarrow ((T \vee Q) \& (T \vee R)) & (\perp \vee (Q \& R)) \leftrightarrow ((\perp \vee Q) \& (\perp \vee R)) & \\
T \leftrightarrow (T \& T) & (Q \& R) \leftrightarrow (Q \& R) & \\
T \leftrightarrow T & \top & \\
\top & &
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(9) & ((P \& Q) \rightarrow R) \leftrightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow R)) & \\
((T \& Q) \rightarrow R) \leftrightarrow (T \rightarrow (Q \rightarrow R)) & ((\perp \& Q) \rightarrow R) \leftrightarrow (\perp \rightarrow (Q \rightarrow R)) & \\
(Q \rightarrow R) \leftrightarrow (Q \rightarrow R) & (\perp \rightarrow R) \leftrightarrow \top & \\
\top & T \leftrightarrow T & \\
& \top &
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(10) & ((P \& Q) \vee (Q \& R) \vee (R \& P)) \leftrightarrow ((P \vee Q) \& (Q \vee R) \& (R \vee P)) & \\
((T \& Q) \vee (Q \& R) \vee (R \& T)) \leftrightarrow ((T \vee Q) \& (Q \vee R) \& (R \vee T)) & ((\perp \& Q) \vee (Q \& R) \vee (R \& \perp)) \leftrightarrow ((\perp \vee Q) \& (Q \vee R) \& (R \vee \perp)) & \\
(Q \vee (Q \& R) \vee R) \leftrightarrow (T \& (Q \vee R) \& T) & (\perp \vee (Q \& R) \vee \perp) \leftrightarrow (Q \& (Q \vee R) \& R) & \\
(Q \vee (Q \& R) \vee R) \leftrightarrow (Q \vee R) & (Q \& R) \leftrightarrow (Q \& (Q \vee R) \& R) & \\
(T \vee (T \& R) \vee R) \leftrightarrow (T \vee R) & (\perp \vee (\perp \& R) \vee R) \leftrightarrow (\perp \vee R) & (T \& R) \leftrightarrow (T \& (T \vee R) \& R) & (\perp \& R) \leftrightarrow (\perp \& (\perp \vee R) \& R) \\
T \leftrightarrow T & (\perp \vee R) \leftrightarrow R & R \leftrightarrow (T \& T \& R) & \perp \leftrightarrow \perp \\
\top & R \leftrightarrow R & R \leftrightarrow R & \top
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(11) & ((P \& Q \& R) \vee (\sim P \& Q \& R) \vee (P \& \sim Q \& R) \vee (P \& Q \& \sim R)) \leftrightarrow ((P \& Q) \vee (Q \& R) \vee (R \& P)) & \\
[P = \top \text{ のとき}] & & \\
((T \& Q \& R) \vee (\sim T \& Q \& R) \vee (T \& \sim Q \& R) \vee (T \& Q \& \sim R)) \leftrightarrow ((T \& Q) \vee (Q \& R) \vee (R \& T)) & \\
((Q \& R) \vee (\perp \& Q \& R) \vee (\sim Q \& R) \vee (Q \& \sim R)) \leftrightarrow (Q \vee (Q \& R) \vee R) & \\
((Q \& R) \vee \perp \vee (\sim Q \& R) \vee (Q \& \sim R)) \leftrightarrow (Q \vee (Q \& R) \vee R) & \\
((Q \& R) \vee (\sim Q \& R) \vee (Q \& \sim R)) \leftrightarrow (Q \vee (Q \& R) \vee R) & \\
((T \& R) \vee (\sim T \& R) \vee (T \& \sim R)) \leftrightarrow (T \vee (T \& R) \vee R) & ((\perp \& R) \vee (\sim \perp \& R) \vee (\perp \& \sim R)) \leftrightarrow (\perp \vee (\perp \& R) \vee R) & \\
(R \vee (\perp \& R) \vee \sim R) \leftrightarrow \top & (\perp \vee (T \& R) \vee \perp) \leftrightarrow (\perp \vee \perp \vee R) & \\
(R \vee \perp \vee \sim R) \leftrightarrow \top & (\perp \vee R \vee \perp) \leftrightarrow R & \\
(R \vee \sim R) \leftrightarrow \top & R \leftrightarrow R & \\
T \leftrightarrow T & \top & \\
\top & &
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
[P = \perp \text{ のとき}] & & \\
((\perp \& Q \& R) \vee (\sim \perp \& Q \& R) \vee (\perp \& \sim Q \& R) \vee (\perp \& Q \& \sim R)) \leftrightarrow ((\perp \& Q) \vee (Q \& R) \vee (R \& \perp)) & \\
(\perp \vee (T \& Q \& R) \vee \perp \vee \perp) \leftrightarrow (\perp \vee (Q \& R) \vee \perp) & \\
(\perp \vee (Q \& R) \vee \perp \vee \perp) \leftrightarrow (Q \& R) & \\
(Q \& R) \leftrightarrow (Q \& R) & \\
\top & &
\end{array}$$

問題 3

$$\begin{array}{l}
(1) \quad (((P \rightarrow Q) \& (R \rightarrow P)) \& ((P \vee R) \& \sim(Q \& R))) \rightarrow ((P \& Q) \& \sim R) \\
(((T \rightarrow Q) \& (R \rightarrow T)) \& ((T \vee R) \& \sim(Q \& R))) \rightarrow ((T \& Q) \& \sim R) \quad (((\perp \rightarrow Q) \& (R \rightarrow \perp)) \& ((\perp \vee R) \& \sim(Q \& R))) \rightarrow ((\perp \& Q) \& \sim R) \\
((Q \& T) \& (T \& \sim(Q \& R))) \rightarrow (Q \& \sim R) \quad ((T \& \sim R) \& (R \& \sim(Q \& R))) \rightarrow (\perp \& \sim R) \\
(Q \& \sim(Q \& R)) \rightarrow (Q \& \sim R) \quad (\sim R \& (R \& \sim(Q \& R))) \rightarrow \perp \\
(T \& \sim(T \& R)) \rightarrow (T \& \sim R) \quad (\perp \& \sim(\perp \& R)) \rightarrow (\perp \& \sim R) \quad \sim(\sim R \& (R \& \sim(Q \& R))) \\
(T \& \sim R) \rightarrow \sim R \quad \perp \rightarrow \perp \quad \sim(\sim T \& (T \& \sim(Q \& T))) \quad \sim(\sim \perp \& (\perp \& \sim(Q \& \perp))) \\
\sim R \rightarrow \sim R \quad T \quad \sim(\perp \& (T \& \sim Q)) \quad \sim(T \& \perp) \\
T \quad T \quad \sim \perp \quad \sim \perp \\
T \quad T
\end{array}$$

よって与えられた推論は妥当である。

$$\begin{array}{l}
(2) \quad (((P \& \sim Q) \rightarrow R) \& (Q \vee \sim R)) \rightarrow ((\sim P \vee R) \rightarrow (Q \leftrightarrow R)) \\
(((P \& \sim Q) \rightarrow T) \& (Q \vee \sim T)) \rightarrow ((\sim P \vee T) \rightarrow (Q \leftrightarrow T)) \quad (((P \& \sim Q) \rightarrow \perp) \& (Q \vee \sim \perp)) \rightarrow ((\sim P \vee \perp) \rightarrow (Q \leftrightarrow \perp)) \\
(T \& (Q \vee \perp)) \rightarrow (T \rightarrow Q) \quad (\sim(P \& \sim Q) \& (Q \vee T)) \rightarrow (\sim P \rightarrow \sim Q) \\
(T \& Q) \rightarrow Q \quad (\sim(P \& \sim Q) \& T) \rightarrow (\sim P \rightarrow \sim Q) \\
Q \rightarrow Q \quad \sim(P \& \sim Q) \rightarrow (\sim P \rightarrow \sim Q) \\
T \quad \sim(T \& \sim Q) \rightarrow (\sim T \rightarrow \sim Q) \quad \sim(\perp \& \sim Q) \rightarrow (\sim \perp \rightarrow \sim Q) \\
\sim \sim Q \rightarrow (\perp \rightarrow \sim Q) \quad \sim \perp \rightarrow (T \rightarrow \sim Q) \\
Q \rightarrow T \quad T \rightarrow \sim Q \\
T \quad \sim Q \\
\sim T \quad \sim \perp \\
\perp \quad T
\end{array}$$

よって与えられた推論は不妥当である ($P = \perp, Q = T, R = \perp$ であるとき, すべての仮定が真であり, かつ結論が偽である)。

$$\begin{array}{l}
(3) \quad ((P \rightarrow R) \& (Q \rightarrow S) \& (P \vee Q)) \rightarrow (R \vee S) \\
((T \rightarrow R) \& (Q \rightarrow S) \& (T \vee Q)) \rightarrow (R \vee S) \quad ((\perp \rightarrow R) \& (Q \rightarrow S) \& (\perp \vee Q)) \rightarrow (R \vee S) \\
(R \& (Q \rightarrow S) \& T) \rightarrow (R \vee S) \quad (T \& (Q \rightarrow S) \& Q) \rightarrow (R \vee S) \\
(R \& (Q \rightarrow S)) \rightarrow (R \vee S) \quad ((Q \rightarrow S) \& Q) \rightarrow (R \vee S) \\
(T \& (Q \rightarrow S)) \rightarrow (T \vee S) \quad (\perp \& (Q \rightarrow S)) \rightarrow (\perp \vee S) \quad ((T \rightarrow S) \& T) \rightarrow (R \vee S) \quad ((\perp \rightarrow S) \& \perp) \rightarrow (R \vee S) \\
(Q \rightarrow S) \rightarrow T \quad \perp \rightarrow S \quad (S \& T) \rightarrow (R \vee S) \quad \perp \rightarrow (R \vee S) \\
T \quad T \quad S \rightarrow (R \vee S) \quad T \\
T \rightarrow (R \vee T) \quad \perp \rightarrow (R \vee \perp) \\
T \rightarrow T \quad T \\
T \quad T
\end{array}$$

よって与えられた推論は妥当である。

$$\begin{array}{l}
(5) \quad ((\sim(P \vee Q) \rightarrow (R \rightarrow S)) \& (P \leftrightarrow Q)) \rightarrow (P \vee S) \\
((\sim(T \vee Q) \rightarrow (R \rightarrow S)) \& (T \leftrightarrow Q)) \rightarrow (T \vee S) \quad ((\sim(\perp \vee Q) \rightarrow (R \rightarrow S)) \& (\perp \leftrightarrow Q)) \rightarrow (\perp \vee S) \\
((\sim T \rightarrow (R \rightarrow S)) \& Q) \rightarrow T \quad ((\sim Q \rightarrow (R \rightarrow S)) \& \sim Q) \rightarrow S \\
((\sim T \rightarrow (R \rightarrow S)) \& \sim T) \rightarrow S \quad ((\sim \perp \rightarrow (R \rightarrow S)) \& \sim \perp) \rightarrow S \\
((\perp \rightarrow (R \rightarrow S)) \& \perp) \rightarrow S \quad ((T \rightarrow (R \rightarrow S)) \& T) \rightarrow S \\
\perp \rightarrow S \quad ((R \rightarrow S) \& T) \rightarrow S \\
T \quad (R \rightarrow S) \rightarrow S \\
(R \rightarrow T) \rightarrow T \quad (R \rightarrow \perp) \rightarrow \perp \\
T \quad \sim R \rightarrow \perp \\
\sim \sim R \\
R \\
T \quad \perp
\end{array}$$

よって与えられた推論は不妥当である ($P = \perp, Q = \perp, R = \perp, S = \perp$ であるとき, すべての仮定が真であり, かつ結論が偽である)。

$$\begin{array}{l}
(6) \quad (((Q \rightarrow P) \rightarrow R) \& (\sim Q \vee S) \& \sim S) \rightarrow (\sim R \rightarrow U) \\
(((Q \rightarrow P) \rightarrow T) \& (\sim Q \vee S) \& \sim S) \rightarrow (\sim T \rightarrow U) \quad (((Q \rightarrow P) \rightarrow \perp) \& (\sim Q \vee S) \& \sim S) \rightarrow (\sim \perp \rightarrow U) \\
(T \& (\sim Q \vee S) \& \sim S) \rightarrow (\perp \rightarrow U) \quad (\sim(Q \rightarrow P) \& (\sim Q \vee S) \& \sim S) \rightarrow (T \rightarrow U) \\
((\sim Q \vee S) \& \sim S) \rightarrow T \quad (\sim(Q \rightarrow P) \& (\sim Q \vee S) \& \sim S) \rightarrow U \\
T \quad (\sim(T \rightarrow P) \& (\sim T \vee S) \& \sim S) \rightarrow U \quad (\sim(\perp \rightarrow P) \& (\sim \perp \vee S) \& \sim S) \rightarrow U \\
(\sim P \& (\perp \vee S) \& \sim S) \rightarrow U \quad (\sim T \& (T \vee S) \& \sim S) \rightarrow U \\
(\sim P \& S \& \sim S) \rightarrow U \quad (\perp \& T \& \sim S) \rightarrow U \\
(\sim P \& \perp) \rightarrow U \quad \perp \rightarrow U \\
\perp \rightarrow U \quad T \\
T \quad T
\end{array}$$

よって与えられた推論は妥当である。

問題 4

$$(1) \sim(P \leftrightarrow Q), R \rightarrow (P \vee \sim Q) \therefore P \vee \sim R$$

$$(1) \sim(P \leftrightarrow Q) = \text{T}, (2) R \rightarrow (P \vee \sim Q) = \text{T}, (3) P \vee \sim R = \perp$$

と仮定する. (3)より $P = \perp$ かつ $\sim R = \perp$ だから

$$(4) P = \perp \text{ かつ } (5) R = \text{T}$$

(1), (4)より $\sim(P \leftrightarrow Q) = \sim(\perp \leftrightarrow Q) = \sim\sim Q = Q = \text{T}$. したがって(4), (5)より $R \rightarrow (P \vee \sim Q) = \text{T} \rightarrow (\perp \vee \sim \text{T}) = \text{T} \rightarrow (\perp \vee \perp) = \text{T} \rightarrow \perp = \perp$. これは(2)と矛盾する. よって(1), (2), (3)は同時には成り立ち得ないから, 与えられた推論は妥当である. ■

$$(2) \sim P \rightarrow (Q \vee R), R \rightarrow (Q \rightarrow \sim P), Q \rightarrow R \therefore \sim P \leftrightarrow Q$$

$P = \perp, Q = \perp, R = \text{T}$ であるとき

$$\text{仮定 } 1 = \sim P \rightarrow (Q \vee R) = \sim \perp \rightarrow (\perp \vee \text{T}) = \text{T} \rightarrow \text{T} = \text{T}$$

$$\text{仮定 } 2 = R \rightarrow (Q \rightarrow \sim P) = \text{T} \rightarrow (\perp \rightarrow \sim \perp) = \text{T} \rightarrow (\perp \rightarrow \text{T}) = \text{T} \rightarrow \text{T} = \text{T}$$

$$\text{仮定 } 3 = Q \rightarrow R = \perp \rightarrow \text{T} = \text{T}$$

$$\text{結論} = \sim P \leftrightarrow Q = \sim \perp \leftrightarrow \perp = \text{T} \leftrightarrow \perp = \perp$$

したがって, 与えられた推論は不妥当である.

$$(3) (P \& \sim Q) \rightarrow R, (Q \& \sim P) \rightarrow S, U \leftrightarrow (\sim P \vee \sim Q), V \rightarrow \sim(R \vee S) \therefore V \rightarrow \sim U$$

$P = \perp, Q = \perp, R = \perp, S = \perp, U = \text{T}, V = \text{T}$ であるとき

$$\text{仮定 } 1 = (P \& \sim Q) \rightarrow R = (\perp \& \sim \perp) \rightarrow \perp = \perp \rightarrow \perp = \text{T}$$

$$\text{仮定 } 2 = (Q \& \sim P) \rightarrow S = (\perp \& \sim \perp) \rightarrow \perp = \perp \rightarrow \perp = \text{T}$$

$$\text{仮定 } 3 = U \leftrightarrow (\sim P \vee \sim Q) = \text{T} \leftrightarrow (\sim \perp \vee \sim \perp) = \text{T} \leftrightarrow (\text{T} \vee \text{T}) = \text{T} \leftrightarrow \text{T} = \text{T}$$

$$\text{仮定 } 4 = V \rightarrow \sim(R \vee S) = \text{T} \rightarrow \sim(\perp \vee \perp) = \text{T} \rightarrow \sim \perp = \text{T} \rightarrow \text{T} = \text{T}$$

$$\text{結論} = V \rightarrow \sim U = \text{T} \rightarrow \sim \text{T} = \text{T} \rightarrow \perp = \perp$$

したがって, 与えられた推論は不妥当である.

$$(4) \sim(P \& \sim Q) \vee (\sim R \rightarrow S), \sim S \& \sim Q, U \rightarrow (\sim S \rightarrow (\sim R \vee P)) \therefore (P \leftrightarrow \sim R) \rightarrow \sim U$$

$$(1) \sim(P \& \sim Q) \vee (\sim R \rightarrow S) = \text{T}$$

$$(2) \sim S \& \sim Q = \text{T}$$

$$(3) U \rightarrow (\sim S \rightarrow (\sim R \vee P)) = \text{T}$$

$$(4) (P \leftrightarrow \sim R) \rightarrow \sim U = \perp$$

と仮定する. このとき(2)より $\sim S = \text{T}$ かつ $\sim Q = \text{T}$. ゆえに

$$(5) S = \perp \text{ かつ } (6) Q = \perp.$$

また(4)より

$$(7) P \leftrightarrow \sim R = \text{T} \text{ かつ } (8) U = \text{T}.$$

(7)より

$$(i) P = \text{T} \text{ かつ } R = \perp \text{ または } (ii) P = \perp \text{ かつ } R = \text{T}$$

(i)のとき, (5), (6)より $\sim(P \& \sim Q) \vee (\sim R \rightarrow S) = \sim(\text{T} \& \sim \perp) \vee (\sim \perp \rightarrow \perp) = \sim(\text{T} \& \text{T}) \vee (\text{T} \rightarrow \perp) = \sim \text{T} \vee \perp = \perp \vee \perp = \perp$. これは(1)と矛盾する.

(ii)のとき, (5), (8)より $U \rightarrow (\sim S \rightarrow (\sim R \vee P)) = \text{T} \rightarrow (\sim \perp \rightarrow (\sim \text{T} \vee \perp)) = \text{T} \rightarrow (\text{T} \rightarrow (\perp \vee \perp)) = \text{T} \rightarrow (\text{T} \rightarrow \perp) = \text{T} \rightarrow \perp = \perp$. これは(3)と矛盾する.

よって(1), (2), (3), (4)がすべて成り立つことはないから, 与えられた推論は妥当である. ■