

論理式の定義と論理記号の意味

1. 基本的な記号（原始記号）

- (1) 命題変項 : $P, Q, R, S, U, \dots, Z, P_1, Q_1, R_1, \dots$
- (2) 論理記号 : \sim （否定記号）, \rightarrow （条件記号）, $\&$ （連言記号）, \vee （選言記号）
- (3) カッコ : $(,)$

2. 論理式の定義

- (1) すべての命題変項は論理式である.
- (2) A が論理式であるならば $\sim A$ は論理式である.
- (3) A, B が論理式であるならば $(A \rightarrow B)$ は論理式である.
- (4) A, B が論理式であるならば $(A \& B)$ は論理式である.
- (5) A, B が論理式であるならば $(A \vee B)$ は論理式である.
- (6) 上の(1)-(5)によって論理式とならないものは論理式ではない.

* 上の規則を繰り返し用いることによって、無限に多くの論理式を作り出すことができる.

論理式の例 : $P, \sim P, (\sim P \rightarrow Q), (\sim(Q \& \sim R) \vee P), ((P \vee \sim Q) \rightarrow (\sim R \rightarrow (S \& U)))$

論理式ではない記号列の例 : $(P @ Q), (A \& P), (\sim P), P \rightarrow Q, (P \& Q \vee R), (P \& Q \& R), (Q \& R \rightarrow P)$

* 非公式な既約として、論理式の一番外側のカッコは省略しても良いことにする. また、カッコが多重になるときは $[,]$ や $\{, \}$ を使用しても良い.

$(A \rightarrow B)$ における A は条件文の**前件**, B は**後件**と呼ばれる.

$(A \& B)$ における A, B は連言文の**連言肢**と呼ばれる.

$(A \vee B)$ における A, B は選言文の**選言肢**と呼ばれる.

3. 論理記号の意味

- | | |
|-------------------------|--|
| $\sim A$: A ということはない | $(A \rightarrow B)$: もし A ならば B * |
| $(A \& B)$: A かつ B | $(A \vee B)$: A または B |

* 同様の意味を持つ他の表現としては、「 A である場合には B 」「 A であるときには B 」「 A であるとすれば B 」などがある.

4. 練習問題

命題変項 P, Q, R が次の意味を持つとき、以下の(1)-(8)の論理式を日本語に翻訳せよ.

P : 太郎は英語を勉強する.

Q : 太郎はドイツ語を勉強する.

R : 太郎はフランス語を勉強する.

- (1) $P \rightarrow \sim Q$ (2) $\sim(P \rightarrow Q)$ (3) $\sim P \& Q$ (4) $\sim(P \& Q)$ (5) $\sim P \vee \sim Q$ (6) $\sim(P \vee Q)$ (7) $(\sim P \& \sim Q) \rightarrow R$ (8) $R \rightarrow (\sim P \rightarrow Q)$

解答

- (1) [逐語訳] (もし太郎が英語を勉強するならば、太郎はドイツ語を勉強するということはない.)

[自然な訳] もし太郎が英語を勉強するならば、彼はドイツ語を勉強しない.

- (2) [逐語訳] (もし太郎が英語を勉強するならば彼はドイツ語を勉強する)ということはない.

- (5) [逐語訳] (太郎は英語を勉強するということはないか、または、太郎はドイツ語を勉強するということはない.)

[自然な訳] 太郎は英語を勉強しないか、またはドイツ語を勉強しない.

[意訳] 太郎は英語とドイツ語の両方を勉強することはない.

- (6) [逐語訳] (太郎は英語を勉強するか、または、彼はドイツ語を勉強する)ということはない.

[自然な訳] 太郎が英語とドイツ語の少なくとも一方を勉強するということはない.

[意訳] 太郎は英語もドイツ語も勉強しない.

逐語訳は、まず与えられた論理式の省略されたカッコを復元し、それから命題変項と論理記号を対応する日本語で置き換えることによって得られる. (逐語訳においてカッコはそのままにしておいてよい.) なお、逐語訳においては、否定の語句「ということはない」によって否定される範囲は可能な限り最も短い文であると解釈されねばならない. 例えば、(1) の逐語訳において、「ということはない」が否定する範囲は「もし太郎が英語を勉強するならば、太郎はドイツ語を勉強する」ではなく「太郎はド

イツ語を勉強する」である。

自然な翻訳のためには、まず論理式を構成する部分となっている式を自然な形で翻訳し、それから全体を翻訳するのがよい。