２Ｅ　交流理論演習　講義ノート

【第２版】

作成者

桐島 俊之

独立行政法人 国立高等専門学校機構

奈良工業高等専門学校

電気工学科

Department of Electrical Engineering

Nara National College of Technology

Institute of National Colleges of Technology, Japan

目 次

1. 直流回路の復習

（例題１）図に示す抵抗の接続法において，ab，bc，ca 間から見た合成抵抗と $a'b'$，$b'c'$，$c'a'$ から見た合成抵抗を等しくしたい．R_a，R_b，R_c を R_{ab}，R_{bc}，R_{ca} で表せ．

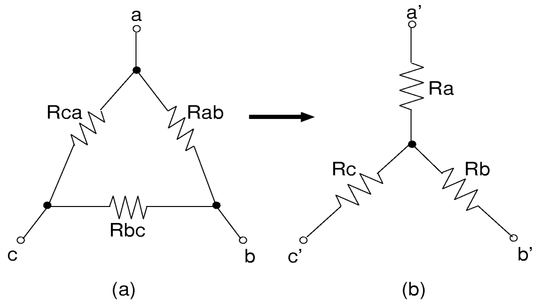

図１

（例題２）（例題１）で導いた結果を利用して，Y→Δ変換の式を導け.

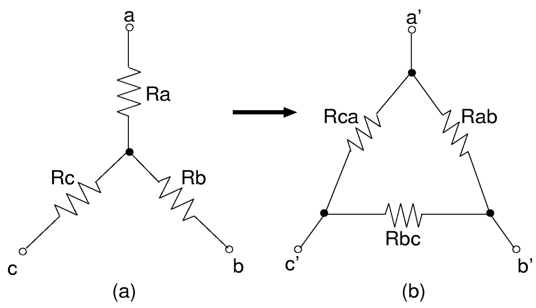

図２

（例題３）図に示す回路において，各抵抗を流れる電流をループ方程式により求めよ．また，キルヒホッフの法則を適用した場合の解答も示せ．ただし，$E_1 = 100[V], E_2 = 50[V], R_1 = 5[\Omega], R_2 = R_3 = 10[\Omega]$ とする．

【キルヒホッフの第１法則】回路網内の任意の接続点に流入（または流出）する電流の総和は常にゼロである．

【キルヒホッフの第２法則】回路網内の任意の閉回路について，各枝路の電圧降下の代数的総和はその閉回路内にある起電力の代数的総和に等しい．

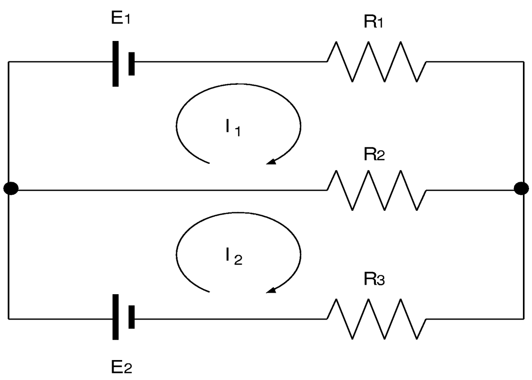

図３

（例題４）図に示す回路において，各問に答えよ．

(1) I_1, I_2 を求めよ．

(2) ｂ点，ｃ点の電位は，それぞれ何 [V] か？

(3) ｂｄ間の電位差はいくらか？

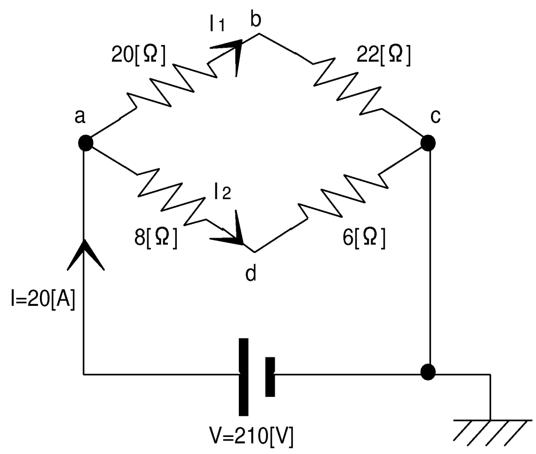

図４

（例題５）図のような回路があり，電源電圧は V ボルト一定である．スイッチ S を閉じたときの電流 I が，S を開いているときの電流の 2 倍となるような抵抗 R_2 はいくらか？

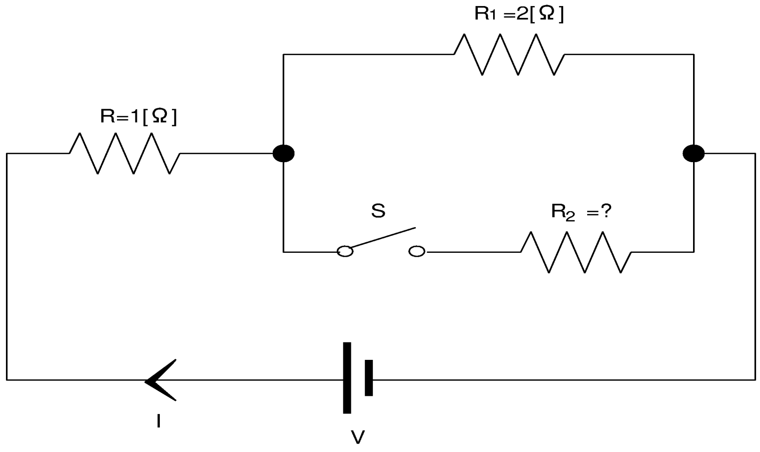

図 5

（例題６）図の回路において，次の問いに答えよ．

(1) 回路に流れる電流 I を求めよ．

(2) R_2 はいくらか．また，合成抵抗 R_O を求めよ．

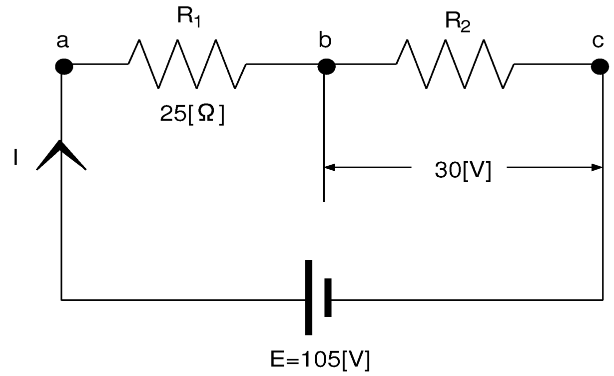

図６

（例題７）図に示す回路において，全電流 I を $2[A]$ にするには，電源電圧 E は何 $[V]$ 必要か．また，ａｂ間の電圧 V_{ab} はいくらになるか？

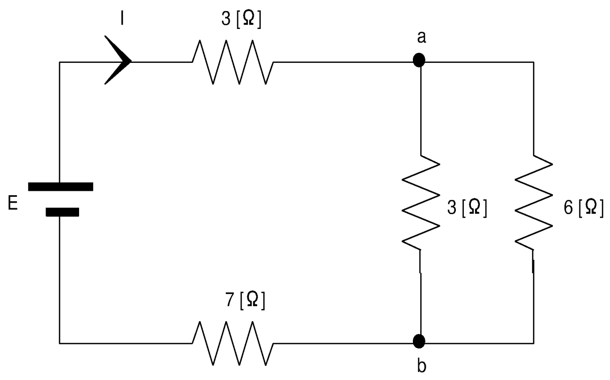

図７

（例題８）内部抵抗が r_v の電圧計 V に直列に抵抗 R_m を接続すると，この電圧計の指示を拡大することが出来る．その理由を述べよ．

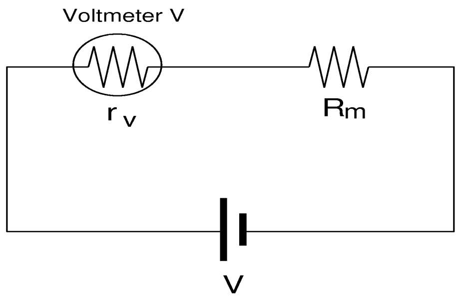

図８

（例題９）内部抵抗 r_a の電流計Ａに並列に抵抗 R_s を接続すると，この電流計の指示を拡大することが出来る．その理由を述べよ．

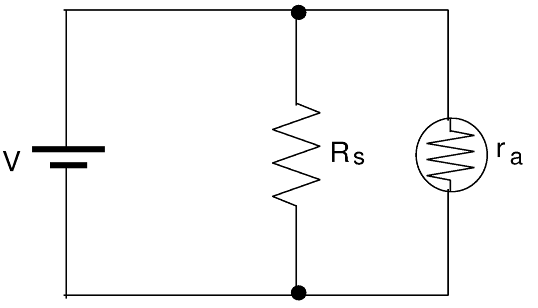

図９

（例題１０）図のような回路において，電流計Ａ１の読みが 28[A] で，抵抗 0.09[Ω] を並列に接続した．電流計Ａ２の読みが 18[A] であれば，電流計Ａ２の内部抵抗はいくらか.

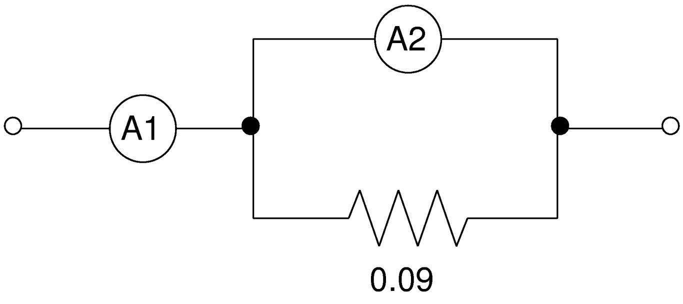

図１０

（例題１１）最大目盛 $10[A]$ の２個の電流計を並列に接続して全電流 $15[A]$ を通すと，各電流計の指示はいくらになるか．ただし，電流計の最大目盛における端子間の電圧降下は，それぞれ $75[mV]$ および $50[mV]$ である．

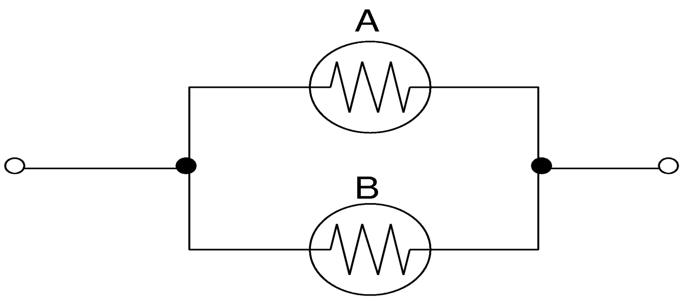

図１１

（例題１２）図のように４個の抵抗 R_1,R_2,R_3 および R_4 を接続し，ａｂ間の電圧を $200[V]$ に一定にしておき，開閉器 S を開閉しても全電流が常に一定である場合には，R_3,R_4 はそれぞれ何オームか．ただし，全電流 $25[A]$，$R_1 = 16[\Omega]$，$R_2 = 8[\Omega]$ とする．

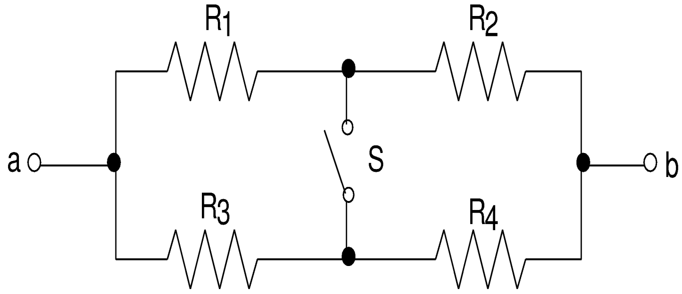

図１２

（例題１３）100[V],40[W] と 100[V],60[W] の白熱電球を，200 ボルト回路に接続して点灯させた場合，どちらが何ワット明るいか．ただし，明るさは消費電力に比例するものとする．

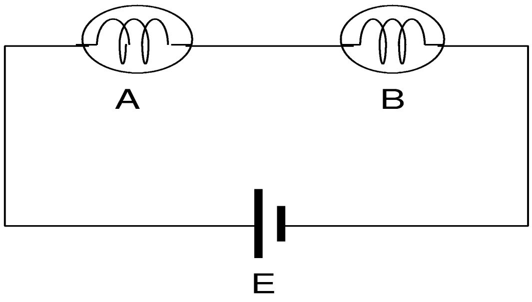

図１３

2. 正弦波電圧・正弦波電流

（例題１４）最大値 $141.4[V]$，周波数 $f = 50[Hz]$，初期位相 $\theta = \frac{\pi}{6}$ である正弦波電圧の $t = \frac{1}{1200}[sec]$ のときの瞬時値 e を求めよ．また，この波形を図示せよ．

以下にポケコンで波形を描画するプログラムを示す．自分で描いた曲線と同様になるかを確認してみよう．

```
10 CLS:FLG=1
20 LINE(0,24)-(170,24)
30 LINE(0,0)-(0,48)
40 FOR I=0 TO 20 STEP 0.5
50 E=141.4*SIN(2*PI*50*I*1E-3+PI/6)
60 X1=I*7:Y1=-E/6+24
70 IF FLG=1 THEN FLG=0:X2=X1:Y2=Y1
80 LINE(X1,Y1)-(X2,Y2)
90 X2=X1:Y2=Y1
100 NEXT I
110 GOTO 110
```

（注）上記プログラム実行時には，計算モードを RAD（ラジアン）にすること．

（例題１５）以下の問いに答えよ．

（1）次式で表される電圧，電流間の位相差はいくらか．

$$e = 50\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{6}) \qquad [V] \tag{2.1}$$

$$i = 5\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6}) \qquad [A] \tag{2.2}$$

（2）次式で表される電圧，電流間の位相差はいくらか．

$$e = 100\sqrt{2}\cos 120\pi t \qquad [V] \tag{2.3}$$

$$i = 2\sqrt{2}\sin(120\pi t + \frac{\pi}{3}) \qquad [A] \tag{2.4}$$

（例題１６）$i = 10\sqrt{2}\sin(120\pi t + \frac{\pi}{6})$ $[A]$ で表される正弦波電流の瞬時値が最初に $10[A]$ となるのは，t が何秒のときか.

（例題１７）最大値 $E_m = 100\sqrt{2}[V]$，周期 $T = 20[msec]$，初期位相 $\theta = -\frac{\pi}{6}$ である正弦波電圧の $t = \frac{1}{240}[sec]$ のときの瞬時値 e を求めよ．また，この波形を図示せよ．

以下にポケコンで波形を描画するプログラムを示す．自分で描いた曲線と同様になるかを確認してみよう．

```
10 CLS:FLG=1
20 LINE(0,24)-(170,24)
30 LINE(0,0)-(0,48)
40 FOR I=0 TO 20 STEP 0.5
50 E=100*SQR 2*SIN(2*PI*I*1E-3/(20E-3)-PI/6)
60 X1=I*7:Y1=-E/6+24
70 IF FLG=1 THEN FLG=0:X2=X1:Y2=Y1
80 LINE(X1,Y1)-(X2,Y2)
90 X2=X1:Y2=Y1
100 NEXT I
110 GOTO 110
```

（注）上記プログラム実行時には，計算モードを RAD（ラジアン）にすること．

（例題１８） 実効値が $100[V]$ の電圧より $\frac{\pi}{6}[rad]$ だけ位相の遅れた，最大値が $14.1[A]$ の電流がある．共に周波数が $60[Hz]$ であるという．電圧，電流の瞬時値を示す式を導け．

（例題１９）最大値 $200\sqrt{2}[V]$，周波数 $60[Hz]$ の正弦波電圧が負から正に移ろうとする瞬間から $\frac{1}{360}[sec]$ 経過した瞬間の電圧の大きさを求めよ．

（例題２０）次式で表される正弦波電圧の瞬時値が最初に $15[V]$ となるのは t が何秒の時か．ただし，周波数は $60[Hz]$ とする．

$$e = 30 \sin \omega t \quad [V]$$

（例題２１）次の各組の交流の位相差を求めよ.

（1）電圧 e_1 と電圧 e_2 との位相差を求めよ.

$$e_1 = \sqrt{2}E_1 \sin(\omega t + \frac{\pi}{3}) \qquad [V] \tag{2.5}$$

$$e_2 = \sqrt{2}E_2 \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) \qquad [V] \tag{2.6}$$

（2）電圧 e と電流 i との位相差を求めよ.

$$e = \sqrt{2}E \cos\omega t \qquad [V] \tag{2.7}$$

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) \qquad [A] \tag{2.8}$$

（3）電圧 e_1 と電圧 e_2 との位相差を求めよ.

$$e_1 = \sqrt{2}E_1 \sin(\omega t + \frac{\pi}{4}) \qquad [V] \tag{2.9}$$

$$e_2 = \sqrt{2}E_2 \cos(\omega t - \frac{\pi}{4}) \qquad [V] \tag{2.10}$$

（4）電流 i_1 と電流 i_2 との位相差を求めよ.

$$i_1 = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \qquad [A] \tag{2.11}$$

$$i_2 = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \qquad [A] \tag{2.12}$$

（例題２２）周波数 $50[Hz]$ の正弦波交流において，位相差 $\frac{\pi}{6}[rad]$ は何秒の時間差か.

（例題２３）次のような二つの正弦波交流電流 i_1, i_2 の和を求めよ．

$$i_1 = I_{m1}\sin(\omega t + \theta_1) \qquad [A] \tag{2.13}$$

$$i_2 = I_{m2}\sin(\omega t + \theta_2) \qquad [A] \tag{2.14}$$

（例題２４）次のような二つの正弦波交流電圧 e_1, e_2 の和の瞬時値表示を求めよ．

$$e_1 = 100\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \qquad [V] \tag{2.15}$$

$$e_2 = 100\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \qquad [V] \tag{2.16}$$

（例題２５）次のような二つの正弦波交流電流 i_1, i_2 の合成電流の瞬時値表示を求めよ．

$$i_1 = 10 \sin \omega t \qquad [A] \tag{2.17}$$

$$i_2 = 10\sqrt{2} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{4} \right) \qquad [A] \tag{2.18}$$

（例題２６）次のような三つの正弦波交流電圧 e_1, e_2, e_3 の合成電圧 e_0 の瞬時値表示を求めよ．

$$e_1 = 10\sin\omega t \qquad [V] \tag{2.19}$$

$$e_2 = 10\sqrt{2}\cos\omega t \qquad [V] \tag{2.20}$$

$$e_3 = 20\sin\left(\omega t + \frac{5\pi}{6}\right) \qquad [V] \tag{2.21}$$

3. 平均値・実効値・波形率・波高率

（例題２７）次に示す正弦波電流の平均値を求めよ．

$$i = I_m \sin \omega t \quad [A] \tag{3.1}$$

（例題２８）任意の交流電圧波形の実効値が，

$$E = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T e^2 dt} \tag{3.2}$$

で与えられることを示せ．これより，$e = E_m \sin\omega t \quad [V]$ で表される正弦波電圧波形の実効値を求めよ．

（例題２９）正弦波交流電圧の波形率および，波高率を求めよ．

［波形率の定義］波形率は，交流波形の実効値と平均値の比により定義される．

$$波形率 = \frac{実効値}{平均値} = \frac{\frac{E_m}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{\pi}E_m} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \tag{3.3}$$

［波高率の定義］波高率は，最大値と実効値の比により定義される．

$$波高率 = \frac{最大値}{実効値} = \frac{E_m}{\frac{E_m}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} \tag{3.4}$$

（例題３０）図に示すような，鋸波状波形の平均値と実効値を求めよ．

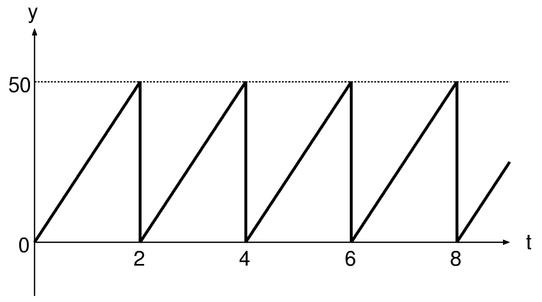

図１４

（例題３１）図に示すような三角波の波形率を求めよ．

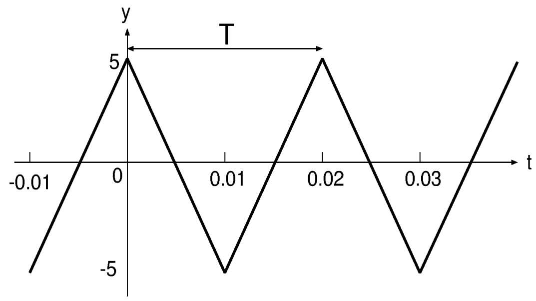

図１５

（例題３２）次のような正弦波交流をベクトルで表し図示せよ．

（1）$e = 100\sqrt{2}\sin\omega t \qquad [V]$

（2）$i = 20\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) \qquad [A]$

（3）$i = 5\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) \qquad [A]$

（例題３３）次のような二つの正弦波交流電流 i_1, i_2 の和をベクトル図を用いて求めよ．

また，その瞬時値表示を示せ．

$$i_1 = 5\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \qquad [A] \tag{3.5}$$

$$i_2 = 5\sqrt{6}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \qquad [A] \tag{3.6}$$

（例題３４）次のような二つの正弦波交流電圧 v_1, v_2 の合成電圧をベクトル図による方法で求めよ．また，その瞬時値表示を示せ．

$$v_1 = 10\sqrt{2}\sin\omega t \qquad [V] \tag{3.7}$$

$$v_2 = 20\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad [V] \tag{3.8}$$

（例題３５）次のような二つの正弦波交流電圧 e_1, e_2 の合成電圧をベクトル図を用いて求めよ．また，その瞬時値表示を示せ．

$$e_1 = 10\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \qquad [V] \tag{3.9}$$

$$e_2 = 10\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \qquad [V] \tag{3.10}$$

4. 複素数の基礎

複素数は，１つの式で実数部と虚数部，あるいは大きさ（絶対値）と方向（角度，偏角）という２つの値を同時に表現することが出来る．従って，物理学，電気工学，制御工学などの学問分野の様に物理量の変化を対象として取り扱う分野では広く用いられている．

複素数 $\dot{Z}$ は次のような実数部 X（Real Part）と虚数部 Y（Imaginary Part）からなる．ここで，文字の上の点（ドット）は複素数を表すが，複素数はベクトルであり，ベクトルの表現方法は点（ドット）以外にも，$\vec{Z}$，$\boldsymbol{Z}$ などがある．

$$\dot{Z} = X + jY \tag{4.1}$$

実数部 X は複素数 $\dot{Z}$ の実数部であることから $Re(\dot{Z})$，また虚数部 Y は $\dot{Z}$ の虚数部であることから $Im(\dot{Z})$ と表すことができる．複素平面上の横軸に実数部を，縦軸に虚数部を取り，この複素数 $\dot{Z}$ を図示すると下図の様になる $(X = x, Y = y$ の場合$)$.

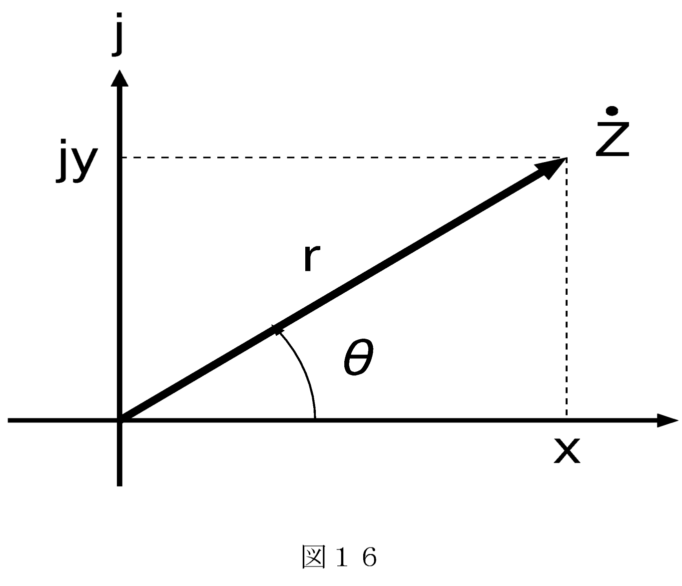

図１６

【複素数の表し方】

図１６において，$x = r\cos\theta$，$y = r\sin\theta$ である．ここで，複素数 $\dot{Z}$ を次式により定義する．

$$\dot{Z} = x + jy = r\cos\theta + jr\sin\theta = r(\cos\theta + j\sin\theta) \tag{4.2}$$

なお，$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ は $\dot{Z}$ の絶対値（または動径）と呼ばれ，角度 $\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$ は，$\dot{Z}$ の偏角（$\theta = arg(\dot{Z})$）と呼ばれる．また，オイラーの公式

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta \tag{4.3}$$

は，複素数のもう一つ別の表し方を提供し，指数関数表示（exponential form）と呼ばれている．すなわち，$\dot{Z}$ は，

$$\dot{Z} = r\cos\theta + jr\sin\theta = re^{j\theta} \tag{4.4}$$

と表すことができる．

極座標方式またはスタインメッツ方式と呼ばれる複素数 $\dot{Z}$ の表し方は，回路解析で広く利用されており，

$$r\angle\theta \tag{4.5}$$

と記号化するもので，θ は通常，度数を使用する．

以上の４つの方法のうちのいずれで表された複素数であっても，以下のような形で記述される．どの形式を使用するかは，対象となる学問分野や演算のやりさすさによって決まってくる．

Rectangular form

$$\dot{Z} = x + jy \tag{4.6}$$

Polar or Steinmetz form

$$\dot{Z} = r\angle\theta \tag{4.7}$$

Exponential form

$$\dot{Z} = re^{j\theta} \tag{4.8}$$

Trigonometric form

$$\dot{Z} = r(\cos\theta + j\sin\theta) \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{4.9}$$

【共役複素数】

複素数 $\dot{Z} = x + jy$ の共役複素数（コンジュゲイト）は,

$$\bar{\dot{Z}} = x - jy \tag{4.10}$$

と定義される.

（例題３６）複素数 $\dot{Z}_1 = 3 - j2$ と $\dot{Z}_2 = -5 + j4$ の共役複素数を求めよ.

【複素数の加算と減算】

２つの複素数を加減算するということは，実数成分と虚数成分が直角座標系で表されている場合に限り，実数部は実数部同士，虚数部は虚数部同士を別々に加減算することを意味する．ここで，$\dot{Z}_1 = x_1 + jy_1$，$\dot{Z}_2 = x_2 + jy_2$ とすれば，

$$\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2) \tag{4.11}$$

となる．

（例題３７）複素数 $\dot{Z}_1 = 5 - j2$ と $\dot{Z}_2 = -3 - j8$ が与えられた時，$\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2$ と $\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1$ を求めよ．

【複素数の掛算】

複素数が指数関数で表されている場合，複素数の掛算は，指数法則通り簡単に行うことができる．

$$\dot{Z}_1\dot{Z}_2 = (r_1 e^{j\theta_1})(r_2 e^{j\theta_2}) = r_1 r_2 e^{j(\theta_1 + \theta_2)} \tag{4.12}$$

ポーラー表示またはスタインメッツ表示した複素数の掛算は，指数表示と同様のやり方で行う．

$$\dot{Z}_1\dot{Z}_2 = (r_1\angle\theta_1)(r_2\angle\theta_2) = r_1 r_2\angle(\theta_1 + \theta_2) \tag{4.13}$$

また，直角座標表示の場合には，それぞれの項を展開することになる．

$$\dot{Z}_1\dot{Z}_2 = (x_1 + jy_1)(x_2 + jy_2) = x_1 x_2 - y_1 y_2 + j(x_1 y_2 + x_2 y_1) \tag{4.14}$$

【複素数の割算】

指数関数表示された複素数の割算は，指数関数の割算と同様に行うことが出来る．

$$\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2} = \frac{r_1 e^{j\theta_1}}{r_2 e^{j\theta_2}} = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\theta_1 - \theta_2)} \tag{4.15}$$

また，ポーラー表示またはスタインメッツ表示も，指数関数の割算に準じる．

$$\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2} = \frac{r_1 \angle \theta_1}{r_2 \angle \theta_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle (\theta_1 - \theta_2) \tag{4.16}$$

直角座標表示された複素数の割算は，分母の共役複素数（コンジュゲイト）を分子と分母に掛算することにより簡単に行うことができる．

$$\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2} = \frac{x_1 + jy_1}{x_2 + jy_2} = \frac{x_1 + jy_1}{x_2 + jy_2} \cdot \frac{x_2 - jy_2}{x_2 - jy_2} = \frac{(x_1 x_2 + y_1 y_2) + j(y_1 x_2 - x_1 y_2)}{{x_2}^2 + {y_2}^2} \tag{4.17}$$

（例題３８）二つの複素数 $\dot{A} = 5 + j4$ と $\dot{B} = 2 + j3$ の和，差，積および商を求めよ．

【演習問題１】次のベクトルを複素数（直角座標表示）で表せ.

(1) $30\angle 30^\circ$

(2) $20\angle 45^\circ$

(3) $5\angle -90^\circ$

(4) $10\angle 225^\circ$

(5) $50\angle 120^\circ$

(6) $100\angle -60^\circ$

【演習問題２】次の複素数の絶対値と偏角を求めよ.

(1) $-3+j$

(2) $-5-j5\sqrt{3}$

(3) $5\sqrt{3}+j5$

(4) $1-j\sqrt{3}$

【演習問題３】次の計算を行え.

(1) $15\angle 60^\circ + 10\angle 135^\circ$

(2) $5\angle 120^\circ - (2 - j3)$

(3) $(6 + j4)(4 - j3)$

(4) $(3 + j6)(5 + j10)$

(5) $\frac{(2-j)}{(6+j)}$

(6) $\frac{(4+j)}{(5-j)}$

(7) $(2 - j)(\sqrt{2} - j\sqrt{2})(4 + j\sqrt{3})$

(8) $(1 - j)^2(1 - j\sqrt{5})^3$

【演習問題４】次の２つのベクトルの積および商を極座標表示を用いて表せ.

(1) $10\angle 40^\circ$ と $40\angle 20^\circ$

(2) $20\angle -45^\circ$ と $30\angle 30^\circ$

(3) $30\angle 60^\circ$ と $20\angle -30^\circ$

(4) $40\angle 30^\circ$ と $10\left(\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

(5) 50 と $2\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

(6) $(10 + j5\sqrt{3})$ と $(2\sqrt{3} + j5)$

【演習問題５】次に示す正弦波交流を複素数で表せ.

(1) $e = 200\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \qquad [V]$

(2) $i = 20\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \qquad [A]$

【演習問題６】次のように複素量で表される電圧ベクトルを正弦波関数で表せ.

(1) $\dot{E} = 86.6 - j50 \quad [V]$

(2) $\dot{E} = 21.2 + j21.2 \quad [V]$

(3) $\dot{E} = j14.14 \quad [V]$

(4) $\dot{E} = 50 - j86.6 \quad [V]$

5. 複素インピーダンス

（例題３９）図に示す抵抗 $R[\Omega]$ に $e = E_m \sin\omega t[V]$ の正弦波電圧を加えた場合，回路に流れる電流 i を求めよ．

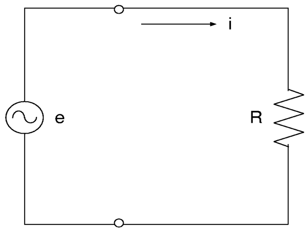

図１７

（例題４０）図に示すインダクタンス $L[H]$ に $i = I_m \sin \omega t[A]$ の電流が流れる場合，回路の供給電圧 e を求めよ．

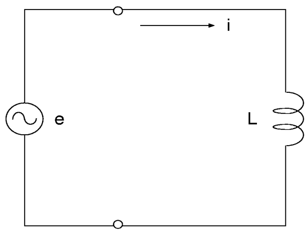

図１８

（例題４１）図に示す静電容量が $C[F]$ のコンデンサに $e = E_m \sin \omega t[V]$ の正弦波電圧を加えた場合，回路に流れる電流 i を求めよ．

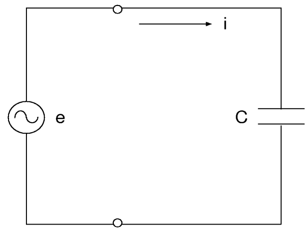

図１９

（例題４２）図に示す RL 直列回路において，回路に流れる電流 i が次式で表されるとき，電源電圧 e の瞬時値を求めよ．ただし，$R = 4[\Omega]$，$L = 9.6[mH]$ とする．

$$i = 20\sqrt{2}\sin 100\pi t \qquad [A] \tag{5.1}$$

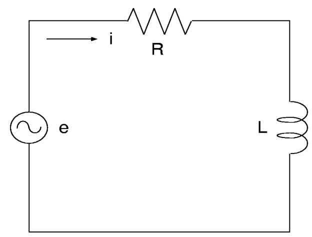

図２０

（例題４３）RL 直列回路に $e = \sqrt{2}E\sin\omega t[V]$ の電圧を加えると，次式に示す電流が流れる．この e と i を複素数で表し，その比 $\dot{Z} = \frac{\dot{E}}{\dot{I}}$ を求めよ．

$$i = \frac{\sqrt{2}E}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \sin\left(\omega t - \tan^{-1}\frac{\omega L}{R}\right) \qquad [A] \tag{5.2}$$

（例題４４）ある回路に $\dot{E} = -50 + j86.6[V]$ の電圧を加えると，$\dot{I} = j10[A]$ の電流が流れた．この回路の抵抗分とリアクタンス分を求めよ．また，この電圧・電流ベクトルを正弦関数で表せ.

6. 記号法による回路計算の基礎

（例題４５）図に示すようなインピーダンス $\dot{Z}_1$ と $\dot{Z}_2$ が並列に接続された回路に，$\dot{E}$ なる電圧を加えたとき，回路の各部に流れる電流 $\dot{I}$，$\dot{I}_1$，$\dot{I}_2$ を求めよ．また，合成インピーダンス $\dot{Z}$ を求めよ．

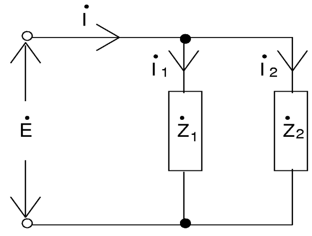

図２１

（例題４６）図に示す回路の合成インピーダンス $\dot{Z}$ および合成アドミタンス $\dot{Y}$ を求めよ．

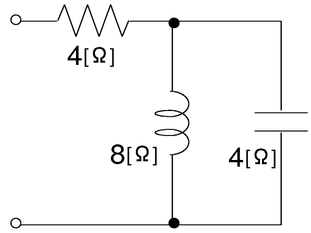

図２２

（例題４７）図のような回路に $100[V]$，$50[Hz]$ の正弦波交流電圧を加えたときの全電流を求めよ．

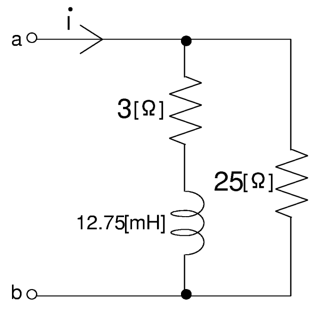

図２３

（例題４８）図に示す回路の合成インピーダンス $\dot{Z}$ および抵抗分，リアクタンス分を求めよ．

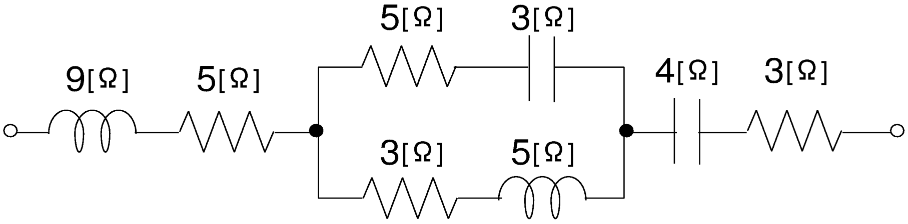

図２４

（例題４９）図に示す並列回路における合成コンダクタンス，合成サセプタンス，および，合成アドミタンスを求めよ．ただし，$R_1 = 5[\Omega]$，$R_2 = 10[\Omega]$，$X_L = 4[\Omega]$，$X_C = 8[\Omega]$ とする．

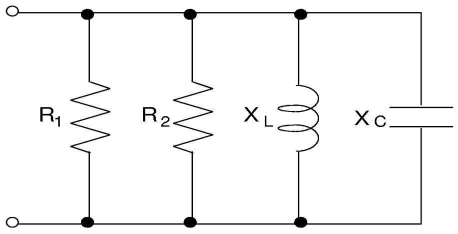

図２５

（例題５０）図に示す回路の合成コンダクタンス G，合成サセプタンス B，および，合成アドミタンス $\dot{Y}$ を求めよ．

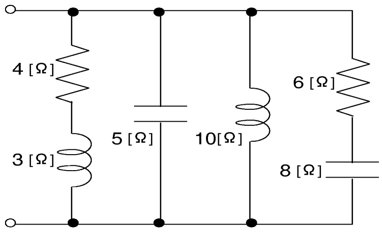

図２６

（例題５１）図に示す回路に $\dot{E} = 25 + j0[V]$ なる電圧を加えたとき，次のものを求めよ．

1. 合成インピーダンス $\dot{Z}$
2. 全電流 $\dot{I}$
3. 各端子電圧 $\dot{V}_R$，$\dot{V}_L$，$\dot{V}_C$

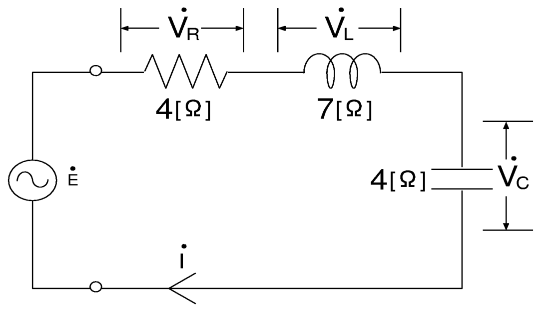

図２７

（例題５２）図に示す回路に $\dot{E} = 100 + j0[V]$ なる電圧を加えた場合，次のものを求めよ．

1. 合成アドミタンス $\dot{Y}$
2. 全電流 $\dot{I}$
3. 各枝路電流 $\dot{I}_1$，$\dot{I}_2$，$\dot{I}_3$

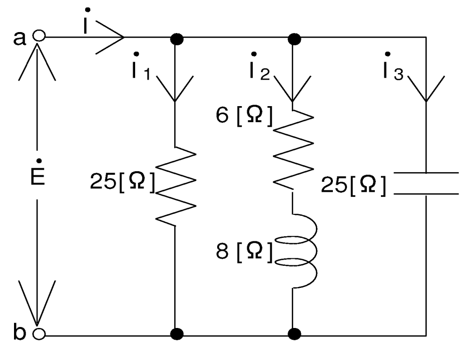

図２８

（例題５３）図に示す回路の ab 端子間に角周波数 ω なる電圧 $\dot{E}$ を加えたとき，回路に流れる全電流 $\dot{I}$ と電圧 $\dot{E}$ が同相となるための C の値を求めよ．

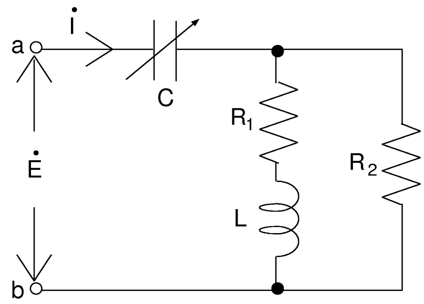

図２９

（例題５４）図に示す回路の ab 端子間に電圧 $\dot{E}$ を加えたとき，回路の全電流 $\dot{I}$ が電圧 $\dot{E}$ より $\frac{\pi}{4}[rad]$ 進むためには，X_L はいくらであればよいか.

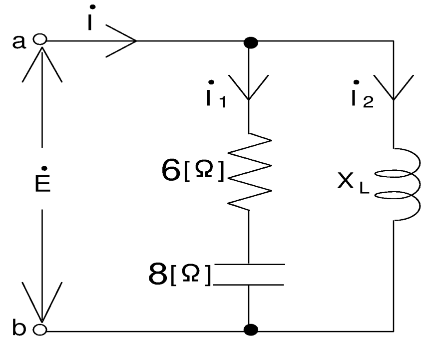

図３０

（例題５５）図に示す回路に角周波数 ω の一定電圧を加えたとき，全電流 $\dot{I}$ を最大とする L の値を求めよ．

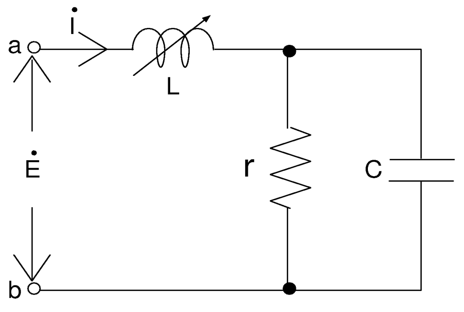

図３１

（例題５６）$1[H]$ のインダクタンス，および，$1[\mu F]$ の静電容量の，$50[Hz]$ および $60[Hz]$ の交流に対するリアクタンスを求めよ．

（例題５７）ある回路に， $e = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6})[V]$ なる電圧を加えると， $i = 10\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{6})[A]$ なる電流が流れた．この回路のインタピーダンス，抵抗，および，リアクタンスを求めよ．

（例題５８） 抵抗 $R[\Omega]$ と誘導性リアクタンス $X_L[\Omega]$ とが直列に接続された回路に $e = 20\sin\omega t[V]$ の電圧を加えたところ，回路に流れる電流が $i = 5\sin(\omega t - \frac{\pi}{6})[A]$ であった．次のものを求めよ．

(1) R， X_L，およびインピーダンス Z

(2) 抵抗およびリアクタンスの電圧降下 V_R， V_L

（例題５９）$100[V]$，$50[Hz]$ の交流電圧を，$R = 10[\Omega]$，$L = 31.8[mH]$ の直列回路に加えたときのインピーダンス，電流，および，電圧と電流の位相差を求めよ．

（例題６０） コイルに最大値 $E_m = 200[V]$ ，周波数 $f = 50[Hz]$ なる正弦波交流電圧を加えたところ，電流の最大値 I_m は $10[A]$ となった．

(1) コイルのインピーダンス Z はいくらか．

(2) コイルの内部抵抗 r_L を $5[\Omega]$ とし，インダクタンス L を求めよ．

（例題６１）コイルに直流 $100[V]$ を加えたとき，電流は $2.5[A]$ 流れた．また，そのコイルに $100[V]$ ， $50[Hz]$ の交流電圧を加えると，電流は $2[A]$ になった．このコイルの抵抗とリアクタンスはいくらか.

（例題６２）抵抗 R およびリアクタンス X を直列に接続した回路に， $100[V]$ の正弦波交流を加えたら，この回路に $10[A]$ の電流が流れた．いま，この回路に $15[\Omega]$ の無誘導性抵抗を直列に接続して同一の電圧を加えたところ，電流は $5[A]$ に減じた．R および X はそれぞれ何オームか．

（例題６３）ＲＬ直列回路に，実効値 E_1 ，周波数 f_1 の電圧を加えると I_1 の電流が流れ，実効値 E_2 ，周波数 f_2 なる電圧を加えると I_2 なる電流が流れる．このときの抵抗 R およびインダクタンス L を求めよ．

（例題６４）$100[V]$，$5[kHz]$ の交流電圧を，$R = 20[\Omega]$，$C = 3.18[\mu F]$ の直列回路に加えたときのインピーダンス，電流，および，電圧と電流の位相差を求めよ．

（例題６５）抵抗 $10[\Omega]$，コンデンサ $1[\mu F]$ の直列回路に $100[V]$ の交流電圧を加えたとき，電圧と電流の位相差が $\frac{\pi}{4}[rad]$ であった．電源の周波数はいくらか．また，その時の抵抗およびコンデンサの両端の電圧はそれぞれ何ボルトか.

（例題６６）ＲＬＣ直列回路に $e = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t[V]$ の電圧を加えたとき，回路に流れる電流，各素子の端子電圧の実効値を求めよ．また，電源電圧と電流の位相差を求めよ．ただし， $R = 3[\Omega]$ ， $L = 12.7[mH]$ ， $C = 398[\mu F]$ とする．

（例題６７）抵抗 $3[\Omega]$，誘導リアクタンス $4[\Omega]$ の並列回路に，実効値 $12[V]$，周波数 $60[Hz]$ の電圧を加えた時の全電流の瞬時値を示す式を求めよ．

7. 直列共振・並列共振

（例題６８）図に示すＲＬＣ直列回路のインピーダンスを求めよ．また，このインピーダンスが最小になる周波数を求めよ．

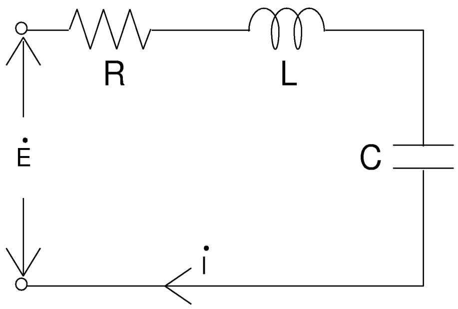

図３２

（例題６９）図に示す回路に，$e = E_m \sin \omega t [V]$ の電圧を加えたとき，回路の電流 i が零となるための条件を求めよ．

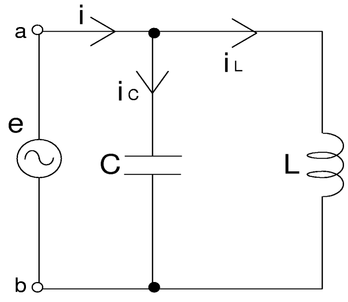

図３３

（例題７０）ＲＬＣ直列共振回路の共振周波数 f_0，共振の鋭さ Q および共振時のＲ，Ｌ，Ｃの各端子電圧 $\dot{E}_R$，$\dot{E}_L$，$\dot{E}_C$ を求めよ．ただし，$R = 10[\Omega]$，$L = 10[mH]$，$C = 1[\mu F]$ とし，$\dot{E} = 100[V]$ の電圧が加えられているものとする．

（例題７１）抵抗 $R = 10[\Omega]$，誘導リアクタンス $X_L = 20[\Omega]$，および可変コンデンサが直列に接続されている回路がある．これに $\dot{E} = 100[V]$ の電圧を加えて共振させるとき，回路に流れる電流 $\dot{I}_0$ およびコンデンサの端子電圧 $\dot{V}_C$ を求めよ．

（例題７２）ＲＬＣ直列回路に $100[V]$ の正弦波交流電圧を加え周波数を変化させた．抵抗の端子電圧が最大となる周波数を求めよ．また，そのときの端子電圧は何ボルトか．ただし，$R = 10[\Omega]$，$L = 20[mH]$，$C = 1[\mu F]$ とする．

（例題７３）ＲＬＣ直列共振回路における共振周波数を f_0，また，電流の大きさが共振時の $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 倍となるときの周波数を f_1 および f_2 とすると，共振の鋭さ Q は次式で与えられることを証明せよ．

$$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1} \tag{7.1}$$

（例題７４）ＲＬＣ直列回路において，２つの角周波数 ω_1，ω_2 に対して流れる電流が相等しいとき，次の関係が成立することを示せ．ω_0 を共振角周波数とする．

$$\omega_1\omega_2 = \omega_0^2 \tag{7.2}$$

8. 共振回路シミュレーション

（例題７５）図のように抵抗 R とインダクタンス L の直列回路において，周波数 f が 0 から ∞ まで変化したとき，端子 ab 間のインピーダンス $\dot{Z}$ のベクトル軌跡を描け．

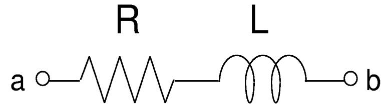

図３４

（例題７６）図に示すように抵抗 R，インダクタンス L，および静電容量 C の直列回路において，角周波数 ω を 0 から ∞ まで変化させた場合，そのインピーダンス $\dot{Z}$ のベクトル軌跡を描け.

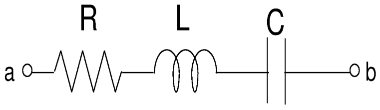

図３５

（例題７７）図のように抵抗 R とインダクタンス L の直列回路において ω は一定で R を０から ∞ まで変化した場合のインピーダンス $\dot{Z}$ のベクトル軌跡を求めよ.

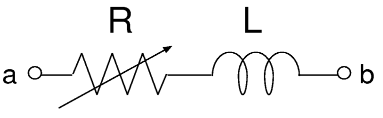

図３６

（例題７８）実数部が一定で，虚数部が変化するベクトル $\dot{A}$ と一定ベクトル（大きさも位相角も変化しないベクトル）$\dot{B}$ があり，この２つのベクトルの積 $\dot{A}\cdot\dot{B}$ のベクトル軌跡を求める．

（例題７９）ＲＬＣの直列回路において角周波数 ω を 0 から ∞ まで変化させた場合のアドミタンス $\dot{Y}$ のベクトル軌跡を求めよ.

ＲＬＣ直列回路のベクトル軌跡描画プログラム（ｆ可変）

```c
#define M_PI 3.14159

main()
{
  double r,l,c;
  double f,x,g,b;

  printf("r=");
  scanf("%lf",&r);
  printf("l=");
  scanf("%lf",&l);
  printf("c=");
  scanf("%lf",&c);

  line( 50,0,50,42,0,0xffff,0 );
  line( 0,25,120,25,0,0xffff,0 );

  for( f=1.; f<1000. ;f+=1. )
  {
    gotoxy( 0,5 );
    printf("f=%f",f);
    x = 2.*M_PI*f*l-1./(2.*M_PI*f*c);

    g =  r/(r*r+x*x);
    b = -x/(r*r+x*x);

    pset( 50+(int)(g*5000.),25-(int)(b*5000.),0 );
    pset( 50+(int)(r*0.6),25-(int)(x*0.2),0 );
  }
  getch();

  return 0;
}
```

（例題８０）一定リアクタンスと可変抵抗 R の並列回路において，インピーダンス $\dot{Z}$ のベクトル軌跡を求めよ．

ＬＲ並列回路のベクトル軌跡描画プログラム（Ｒ可変）

```
#define M_PI 3.14159

main()
{
  double f,l,r;
  double a,b,u,v;

  printf("f=");
  scanf("%lf",&f);
  printf("l=");
  scanf("%lf",&l);

  line( 50,0,50,42,0,0xffff,0 );
  line( 0,35,120,35,0,0xffff,0 );

  for( r=1.; r<1000. ;r+=1. )
  {
    gotoxy( 0,5 );
    printf("r=%f",r);

    a = 1./r;
    b = 1./(2.*M_PI*f*l);

    u = a/(a*a+b*b);
    v = b/(a*a+b*b);

    pset( 50+(int)(u*8.),35-(int)(v*8.),0 );
  }
  getch();

  return 0;
}
```

（例題８１）図において，コンデンサ C を 0 から ∞ まで変化させた場合のアドミタンス $\dot{Y}$ のベクトル軌跡を描け．また，端子 ab 間に電圧 $\dot{E}$ を加えた時の電流 $\dot{I}$ のベクトル軌跡を描け．

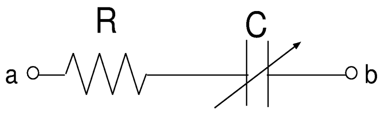

図３７

ＲＣ直列回路のベクトル軌跡描画プログラム（Ｃ可変）

```
#define M_PI 3.14159

main()
{
  double f,r,c;
  double a,b,u,v;

  printf("f=");
  scanf("%lf",&f);
  printf("r=");
  scanf("%lf",&r);

  line( 50,0,50,42,0,0xffff,0 );
  line( 0,35,120,35,0,0xffff,0 );

  for( c=0.0001; c<0.01 ;c+=0.0001 )
  {
    gotoxy( 0,5 );
    printf("c=%f",c);

    a = r;
    b = 1./(2.*M_PI*f*c);

    u = a/(a*a+b*b);
    v = b/(a*a+b*b);

    pset( 50+(int)(u*500.),35-(int)(v*500.),0 );
  }
  getch();

  return 0;
}
```

（例題８２）図に示す回路において，角周波数 ω を可変にしたとき，インピーダンス $\dot{Z}$ のベクトル軌跡を求めよ．

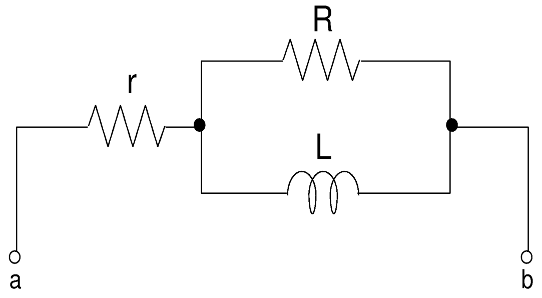

図３８

直並列回路のベクトル軌跡描画プログラム（周波数可変）

```
#define M_PI 3.14159

main()
{
  double r1,r2,l,f;
  double a,b,u,v;

  printf("r1=");
  scanf("%lf",&r1);
  printf("r2=");
  scanf("%lf",&r2);
  printf("l=");
  scanf("%lf",&l);

  line( 50,0,50,42,0,0xffff,0 );
  line( 0,35,120,35,0,0xffff,0 );

  for( f=1.; f<1000. ;f+=1. )
  {
    gotoxy( 0,5 );
    printf("f=%f",f);

    a = 1./r2;
    b = 1./(2.*M_PI*f*l);

    u = r1 + a/(a*a+b*b);
    v = b/(a*a+b*b);

    pset( 50+(int)(u*5.),35-(int)(v*5.),0 );
  }
  getch();

  return 0;
}
```

（例題８３）図に示す並列回路において，インダクタンス L だけ変化させたとき，$\dot{I}_C + \dot{I}_L$ のベクトル軌跡を描き，共振点，電流最小点などの関係を説明せよ．

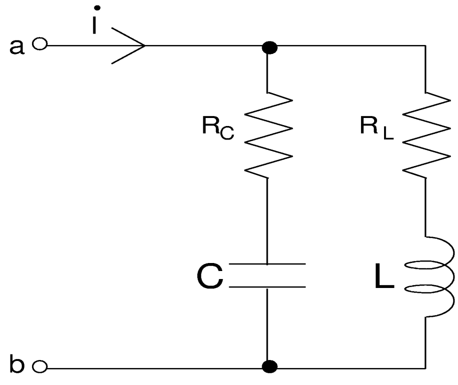

図３９

（例題８４）図に示す回路において，ω，L，R，r が一定で，C を 0 から ∞ まで変化させた場合，流入電流 $\dot{I}$ のベクトル軌跡を求めよ．

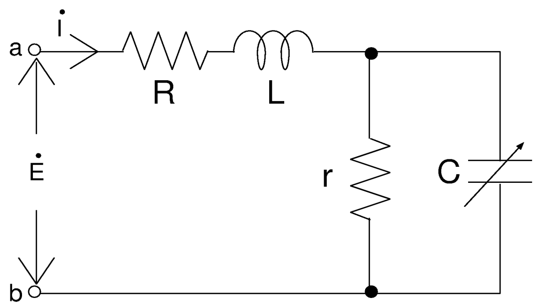

図４０