K－１８　カム輪郭創成と解析

カムの作成と解析を動標構を使って行う。動標構を使うことはカム輪郭創成の理論に有利であるばかりではなく、カム運動の特性解析や最適化などさまざまな解析が容易に行える。

さまざまな形態のカム機構に同一手法で対応できるが、まずは最も一般的なカム機構である直動平板カムでその特徴を検証する。

直動平板カムの解析

１．１　カム輪郭

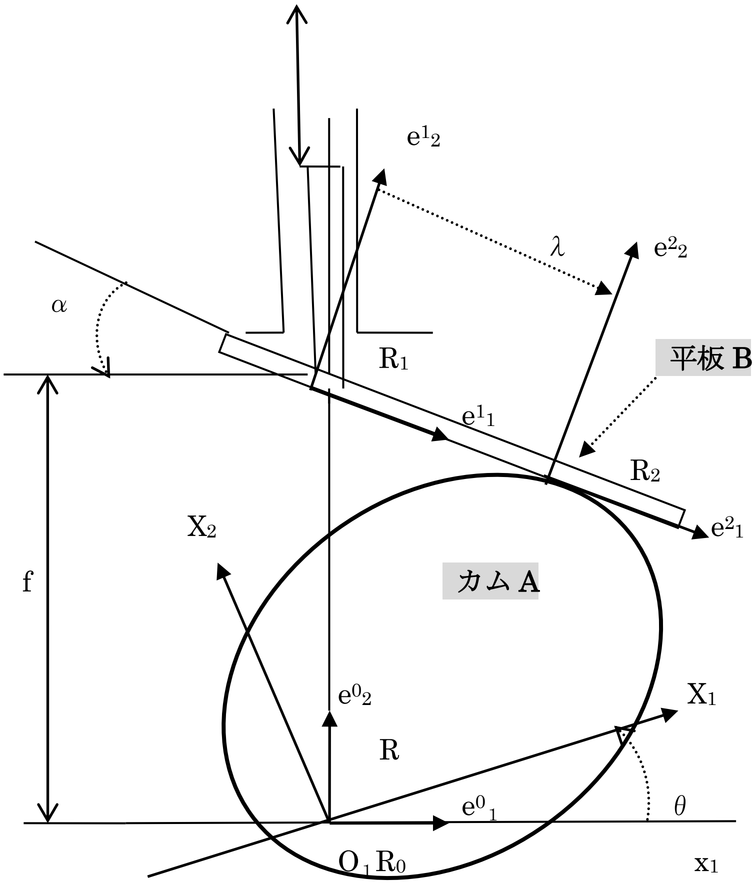

図１

カム A が O_1 軸を中心にして回転し、平板 B がそれに接して運動している。

この場合平板 B の運動が与えられた場合のカムの輪郭を求める。

平板Bの乗っている空間を空間Bとし､､空間Bは上下の平行運動をしている。

カムAの乗っている空間を空間Aとする。空間AはO_1軸を中心にして回転している。この場合は共に平面空間である。

平面AとBはぴったりと重なっているが独立に運動する。相対運動をしている平面A上に平板Bの運動を投影すると平面A上に平板B面よる直線族が出来る。その直線族の包絡線がカムAの輪郭である。

「注：カムの輪郭の表示には回転角θをパラメータとするが、その符号の取り方は X_1 軸から時計回りを正とし、カム使用時の回転角は反時計回りを正とする」。

O_1は固定空間の定点で、その標構をR_0とする。O_1はカムの回転中心である。平板をR_2で表現する。平板の上下運動の行程はO_1を基点として、$f = f(t)$ である。tは時間とする。

カムAはO_1を軸として$\theta=\theta(t)$ の回転をし、カムに固定した標構をRとする。カムAを含む空間のO_1を基準にした標構がRである。

それぞれの標構の関係は次のようになる。

R_0 ：基準となる固定空間の標構（基準標構）

$R_1 = \bar{U}_1 R_0$：平板の空間での基準となる標構。

R ：カムの空間の基準となる標構

$$R = \bar{U}_C R_0 = \bar{U}_C \bar{U}_1^{-1} R_1$$

R_2 ：平板を表す動標構=カムの輪郭の標構でもある(接点で同一であるから)

$$R_2 = \bar{U}_2 R_1 = \bar{U}_2 \bar{U}_1 \bar{U}_C^{-1} R \triangleq \bar{U} R, \quad \bar{U} \triangleq \bar{U}_2 \bar{U}_1 \bar{U}_C^{-1}$$

$\bar{U}_i$ ：それぞれの変換行列

$$\bar{U}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & f \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & (f) \\ 0 & U_1 \end{pmatrix}, \quad \bar{U}_2 = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & (\lambda) \\ 0 & E \end{pmatrix}$$

$$\bar{U}_C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & U_C \end{pmatrix}$$

平板の傾斜角αは時計回りを「－」、反時計回りを「＋」とする。λは平板としての直線を表現するためのパラメータである。

$$dR_2 = d\bar{U}\bar{U}^{-1} R_2 = \{\bar{\Omega}\} R_2$$

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} 1 & X_1 & X_2 \\ 0 & \cos(\theta - \alpha) & -\sin(\theta - \alpha) \\ 0 & \sin(\theta - \alpha) & \cos(\theta - \alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & (X) \\ 0 & U \end{pmatrix}$$

$$\{\bar{\Omega}\} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ 0 & 0 & \omega_{12} \\ 0 & -\omega_{12} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (\omega) \\ 0 & [\Omega] \end{pmatrix}$$

$X_1 = f \sin\theta + \lambda \cos(\theta - \alpha)$ ・・・・・・・・・・・・・・・・・(1.1)

$X_2 = f \cos\theta - \lambda \sin(\theta - \alpha)$ ・・・・・・・・・・・・・・・・・(1.2)

$\omega_1 = df \sin\alpha + f \cos\alpha \cdot d\theta + d\lambda$ ・・・・・・・・・・・・・・・・・(1.3)

$\omega_2 = df \cos\alpha - f \sin\alpha \cdot d\theta - \lambda d\theta$ ・・・・・・・・・・・・・・・・・(1.4)

$\omega_{12} = -d\theta$ ・・・・・・・・・・・・・・・・・(1.5)

直線族は(X_1, X_2)である。すなわち $\mathbf{X} = \mathbf{X}(\lambda : t)$ が直線族である。

これは、$\mathbf{X} = \mathbf{X}(\lambda : \theta)$ としてもよい。

包絡線は　$\omega_2 = 0$ から求められる。

$0 = \omega_2 = df \cos\alpha - f \sin\alpha \cdot d\theta - \lambda d\theta$ より、

$\lambda = \dfrac{df}{d\theta} \cos\alpha - f \sin\alpha$ ・・・・・・・・・・・・・(1.6)

この式を $X_1\,X_2$ に代入することで包絡線、すなわちカム輪郭が得られる。

$X_1 = \dfrac{df}{d\theta} \cos\alpha \cos(\theta - \alpha) + f \cos\alpha \sin(\theta - \alpha)$ ・・・・・・・・・・・・・(1.7)

$X_2 = -\dfrac{df}{d\theta} \cos\alpha \sin(\theta - \alpha) + f \cos\alpha \cos(\theta - \alpha)$ ・・・・・・・・・・・(1.8)

参考：包絡線の在来の一般的な求め方は次の通りである。

(1.1)(1.2)式の X_1, X_2 から

$\begin{vmatrix} \partial X_1 / \partial \lambda & \partial X_2 / \partial \lambda \\ \partial X_1 / \partial \theta & X_2 / \partial \theta \end{vmatrix} = 0$ ・・・・・・・・・・(1.9)

これより λ が得られる。(1.9) 式で得られるものは $\omega_2 = 0$ から得られるものと同じである。これは X_1、X_2 が θ 、λ で極値(停留値)をとることから

$$\frac{\partial X_1}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial X_2}{\partial \theta} = 0$$

を満たすλを求めることになるから、この２式よりλを消去してもよい。

１．２　平板カムの輪郭の特性

１．２．１　曲率、曲率半径

カムの輪郭については、次の関係式がある。これはフルネーの標構を使用していることによる。

$\omega_1 = ds$,　$\omega_2 = 0$,　$-\omega_{12} = \kappa\, ds$

ds は線素、κは曲率、これより　$\kappa = \dfrac{-\omega_{12}}{\omega_1}$,　曲率半径$\rho$は

$$\rho = \frac{1}{\kappa} = \frac{\omega_1}{-\omega_{12}} = \frac{df \sin\alpha + f\cos\alpha \cdot d\theta + d\lambda}{d\theta}$$

これに$d\lambda$を代入して得られる。

１．２．２　接触点

式(1.6)にλを与えるとθが決まり、これらを式(1.1)(1.2)に代入するとカム面と平板面との接触点が得られる。または、θを設定すると(1.6)式に代入して接触点が得られる。

１．２．３　滑り率　μ

カムの接触点の移動距離は$\omega_1 = ds$,一方平板の方は接触点の位置は$d\lambda$である。一般の滑り率の定義により、

$$\mu_1 = 1 - \frac{ds}{d\lambda},\quad \mu_2 = 1 - \frac{d\lambda}{ds}$$

１．２．４　θとt

カムが等速回転の場合は、$\theta = at + b$ のように置くことが出来る。

不等速回転の場合は非線形関数になる。

１．２．５　カムの基礎円

f はある範囲内を運動する。これを変動部分 k と基礎部分 r_0に分ける。

$$f\cos\alpha = r_0 + k$$

$$r_0 = \min(f\cos\alpha),\quad k = \max(f\cos\alpha) - r_0$$

１．２．６　圧力角

カムの接触点での接線のなす角であるからこの場合はαそのものである。

１．２．７　平板の大きさ

平板の大きさはλの変動範囲から求まる。このλの最大最小から得られる。λがθの滑らかな連続関数として

$$\lambda=\frac{df}{d\theta}\cos\alpha-f\sin\alpha,\quad d\lambda=\frac{d^2f}{d\theta^2}\cos\alpha-\frac{df}{d\theta}\sin\alpha=0$$

を解いて得られるλの最大値と最小値から得られる。

１．２．７　最適化

最適化評価のための評価関数は

1) 効率を最大にするため、カムの磨耗を最小にするため、周速は相対速度を小さく、滑り率小さく。
2) 応答性よくするため、省エネ省スペースのためにカム体積小さく、慣性モーメント小さく。
3) 接触圧小さくするために圧力角を小さく,。

動標構の方法はこれらの検討も容易に可能とする。

１．３　　直動平板カム輪郭の極座標表示

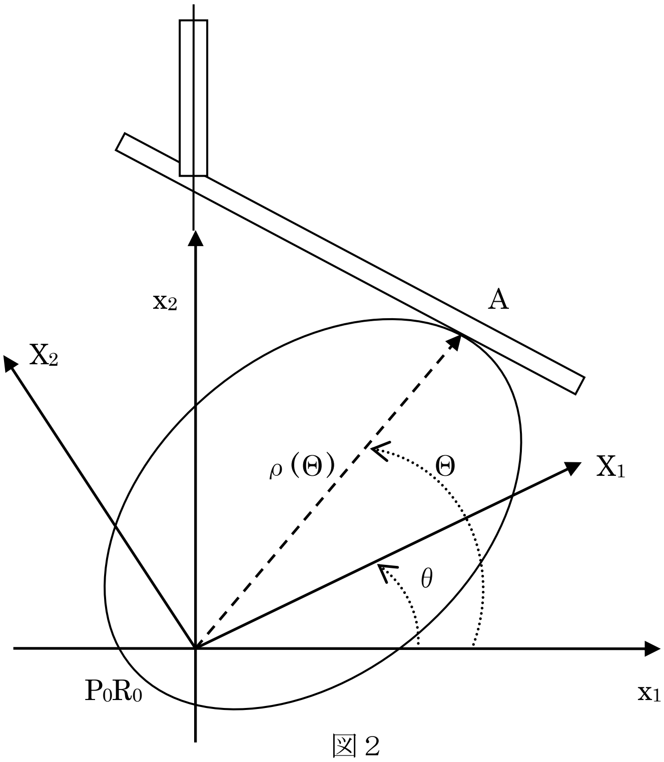

図２

x_i は空間固定の座標 , X_i はカムに固定の座標 , カムは θ の回転を行う。

$\tan\Theta = \dfrac{X_2}{X_1}$, ここで X_1 , X_2 , λ は先に求めた式により

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{f\cos\theta - \lambda\sin(\theta-\alpha)}{f\sin\theta + \lambda\cos(\theta-\alpha)} \quad , \quad \lambda = \frac{df}{d\theta}\cos\alpha - f\sin\alpha$$

$$\tan\Theta = \frac{f/f' - \tan(\theta-\alpha)}{f/f'\ \tan(\theta-\alpha)+1}$$, ただし、 $\dfrac{df}{d\theta} = f'$ と置いた。

$$\frac{f}{f'} = \frac{\tan\Theta + \tan(\theta-\alpha)}{1-\tan\Theta\tan(\theta-\alpha)} = \tan\{\Theta + (\theta-\alpha)\}$$

よって、$\Theta = \tan^{-1}(f/f') - (\theta-\alpha)$

半径 $\rho(\Theta)$ は　$\rho(\Theta) = \sqrt{(X_1)^2 + (X_2)^2}$

これがカムの極座標表示である。

通常のベクトルによる求め方は文献　窪田雅男：文献 No.[K2]にあり。