

基礎数学教材開発と試行結果

実践教育訓練研究協会 数学教材開発委員会

The publication of mathematical textbooks and its result of the training record

The Society for Practical Technology Education

要約 この度、「実践技術者のための基礎数学」全3部作を発刊した。これは、(社)実践教育訓練研究協会⁽¹⁾の中に数学教材開発委員会⁽²⁾のプロジェクトを立ち上げ2008年より取り組んだ成果である。このテキストは、これから実践技術者になろうと考えている人のために、当然、身につけておくべき数学の基本的知識、能力について、その細目を検討し編集したものである。数学の実用的な技能に着目し到達目標を実用数学技能検定の2級に置いてあり、数学の基礎から学びなおそうとする人の自習書としても適切である。

また、大学生の学力低下が叫ばれているが、当校入学生の数学学力に大きなバラツキがある中で、本テキストを使って学力の底上げを狙い授業実践した結果、一応の成果をおさめたので報告する。

1. はじめに

大学生の学力低下が叫ばれてから久しい。1990年代後半から現在まで言われ続けているようだ。新聞によると「算数が解けない大学生」「国立含む3割新生に補習」とあり企業からは半年間で学生約60人を試験したが、「中学レベルの数学ができない学生が多く、不採用が続いた」という⁽³⁾。このような状況は、職業能力開発の短大・大学校の専門課程においても感じられることであろう。私たちの聞き取り調査によると、おおくの能開短大、能開大では、専門科目の学習前に新たに基礎的な数学の授業を起こしたりあるいは補習授業を組んでみたりのトライアルをやっている⁽⁴⁾。そこで問題となるのは、基礎的な数学の教材である。実践教育訓練研究協会では、2008年、実際に数学を担当している方々に協力していただいて、数学教材開発委員会を発足させた。足かけ3年で、数学の基礎学力を向上させるためのテキスト3部の製作が終わり、併せて、そのテキストを使っの教育実践の報告もできる運びとなったので、皆さんに感謝を込め経過と成果について報告するものである。

なお、開発したテキストを図1「実践技術者のための基礎数学」3部作、及び表1に3部作の概要を示す。

2. 数学教材開発の企画

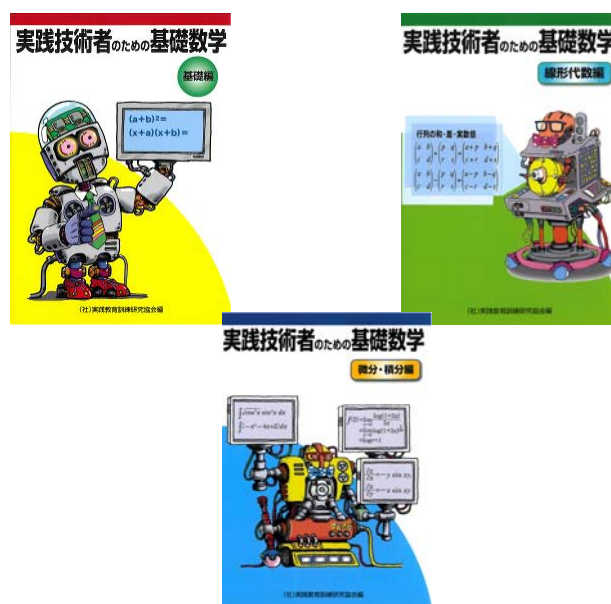


図1 「実践技術者のための基礎数学」3部作

表1 3部作の概要

	内 容	頁 数	発行日
基 礎 編	式と計算～	270頁	2009.9
微分・積分編	微分・積分	140頁	2010.3
線形代数編	ベクトル・行列	142頁	2010.9

2008年8月に、協会の出版委員会⁽⁵⁾に対し、数学教材開発企画を提出し、その許可を受けている。企画書は、1. 教材開発理由、2. 教材開発方針(内容と特徴) 3. 予算関係(数学教材開発委員会予算と出版費用の

回収見込み) 4. 編集体制と日程 からなる。1 の教材開発理由は次のように書かれている。

「過去に実践研で作成された「工学基礎数学 Part I」、「工学基礎数学 Part II」が、現在の学生に対しては対応していない。現在の学生に対応し、基礎学力の向上につなげる教材が望まれており、新たに開発することが急務である。また併せて、協会の財源確保の一助になることをめざす。」

また、教材開発方針として、「教材の目標、学力の到達レベルを、数学検定協会の 2 級とし、このことにより履修学生の品質保証をはかろうとするものである」としている。編集体制は教材開発委員会である。

日程については、テキスト製作に 2 年間の取り組みであるが、例えば「基礎編」の製作においては記録によれば、実に 7 回の打合せと 7 回の委員会、合わせて 14 回の会議を 1 年間のうちに実施している。

第 6 講 底の変換公式

<底の変換公式>

a を底とする対数 $\log_a b$ を、 c を底とする対数で表します。

$\log_a b = p$ とすると、 $b = a^p$ であるから $\log_c b = \log_c a^p$ となります。

これより $\log_c b = p \log_c a$ であるから

a, b, c は正の数で、 $a \neq 1, c \neq 1$ とするとき

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

これを、底の変換公式といいます。

[例 1] 次の値を簡単にしよう。

(1) $\log_8 16$ (2) $\log_2 3 \cdot \log_3 8$

(解)

(1) $\log_8 16 = \frac{\log_2 16}{\log_2 8} = \frac{\log_2 2^4}{\log_2 2^3} = \frac{4}{3}$

(2) $\log_2 3 \cdot \log_3 8 = \log_2 3 \times \frac{\log_2 8}{\log_2 3} = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$

[問 1] 次の値を簡単にしよう。

(1) $\log_4 32$ (2) $\log_9 3$

図 2 数学教材の 1 頁の構成例

執筆要領としては、A4 版 1 枚に 1 項目、公式まとめ、例題 2 題、演習 2 題程度とする。本文はワード 2003、図形はビジオ、数式は数式エディタ 3.0、著作権は著者の責任で留意することと決め分担執筆に入った。

3. 製作したテキストの内容と特徴

数学の基礎学力の向上をめざし、目標のレベルを数学検定の 2 級に据え、3 部の構成になっていることは既に述べた。本書の構成は、各章にわかれており、各章は講より構成されている。各講は、大旨 1 頁で、冒頭

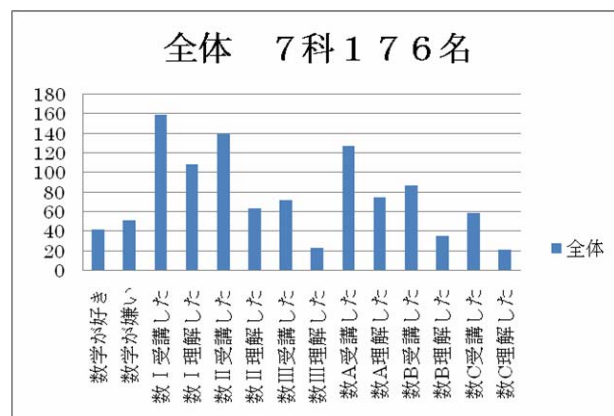
に学ぶべき要点 (ポイント) が四角で囲まれ示されている。(図 2 を参照) この後に続き、要点の例題があり、その解法、解答があって練習問題へと続く。順番に問題を解いていけば、章末問題でその章の理解確認ができ、さらに巻末で数検の問題等、実力判定が出来る。このように、数学を基礎から学びなおそうとしている方の自習書としても適切である。特に基礎編においては、小学校高学年から高校数学 (数学 II) までの範囲の部分を 1 冊にまとめて編集してあるのは他では見られない特徴である。

また、巻末に数学検定の練習問題を各部とも 10 頁以上掲載している。数学検定は、財団法人日本数学検定協会が実施しているが、毎年最近では受験者が 30 万人を超すという⁽⁶⁾。大学卒業程度が 1 級となっており、製作したテキスト基礎編では数検 3 級 (中学 3 年程度) 数検準 2 級 (高校 1 年程度) の、微分・積分編および線形代数編では数検 2 級 (高校 2 年程度) 数検準 1 級 (高校 3 年程度) の練習問題を配置している。

4. 新入学生の数学学習歴

毎年、入学後最初の数学の時間に試験を行うことにしているが、学生達に高校時代の数学についてお聞きしますという「数学の学習履歴についてのアンケート」を同時に実施している。この結果を表 2 に示す。

表 2 高校時代の数学学習歴



概要説明

- ・ (受講したかについて)

数学 I 90%、数学 II 80% はほぼ全員、数学 III 40% は半数ぐらいが受講している。数 A 70% はかなり全員に近く数 B 50% に半数より多く、数 C 34% で半数より少なく受講している。

- ・（理解したか）

数学Ⅰは60%、数学Ⅱ36%、数学Ⅲは13%ぐらいが理解したである。数Aは43%、数Bは20%、数Cは12%が理解したとなっている。

- ・（数学好きか）数学が好きと答えているものが25%
- ・（ばらつきは）科によるバラツキ、最初の試験で判明するように科内のバラツキもある。
- ・（自由記述）自由記述では、「基礎から、細かく、やさしく指導を」と進行を心配する者がおる一方、「頑張る」と書いている者もいる。

表3 数学学習歴 科のバラツキ

	A 科	D 科
数学を好き	40%	8%
数Ⅰ受講した	100%	88%
数Ⅰ理解した	75%	24%
数Ⅱ受講した	90%	56%
数Ⅱ理解した	60%	0%
数Ⅲ受講した	55%	0%
数Ⅲ理解した	25%	0%

新入学生の、数学の学習履歴を調べてみた。非常にばらつきがあるのが特徴で、それは、職種の科によるばらつき、また同じ科のなかでも高得点から低得点までばらついている。大雑把な言い方をすれば、高校時代に3分の1の学生が数Ⅲまで履修しているが、本人申告で、数Ⅲまで理解したとしているのは1割半以下である。

このような状況の中で、基礎数学の授業展開の計画を組んでいくこととなる。

5. 基礎数学の授業展開

筆者は、期せずして基礎数学を担当することとなって3年になる。そこで、この基礎数学の使用教科書として「実践技術者のための基礎数学」3部を採用しての授業展開について述べることにする。

私の担当校では、一般教養として基礎数学が、2科については2単位、5科については6単位配置されている。6単位で言えば、基礎数学は2単位、数Ⅰは2単位、数Ⅱは2単位でそれぞれが製作したテキストの基礎編、微分・積分編、線形代数編に合致する。各2単位は、1時限×18回分あるが、前半と後半の9回に分ける。9回の最初に試験を実施する。ただ基礎数

学の場合は、2時限連続なので2時限を1回として9回実施する。

表4 基礎数学の場合

回数	テキスト	内容	備考
①	試験		試験
②	1章	～2次方程式	豆テスト
③	2章	2次関数	豆テスト
④	3章6章	三角比・関数	豆テスト
⑤	4章	式と証明	豆テスト
⑥	7章	対数、指数	豆テスト
⑦	模擬試験	質問	
⑧	修了試験		試験
⑨	追試		試験

表5 各種関数の微積分の場合

回数	テキスト	内容	備考
①	試験	各種関数の微積分	試験
②	第3章	商、合成導関数	豆テスト
③	第3章	三角、対数、指数	豆テスト
③	第4章	不定積分	豆テスト
⑤	第4章	置換、部分分数	豆テスト
⑥	第5章	回転体の体積	豆テスト
⑦	模擬試験	質問	
⑧	修了試験		試験
⑨	追試		試験

微積分の場合、前半9回を整関数の微分・積分、後半9回を各種関数の微分・積分として実施する。線形代数では、ベクトルと行列とで分ける。表4に基礎数学の場合、表5に各種関数の微分・積分の場合の展開例を示す。

さて、回数①で行う最初の試験は、修了試験と同程度のものであり、これを満点にして、優をとることが目的だと説明する。同時に初回60点以上の者には、授業で解く課題全部をレポートとして修了試験前に提出することを条件に出席を免除している。修了試験は全員が受ける。

野添氏の論文⁽⁷⁾によれば、学生の最も希望する授業形態は、小テスト無、解説後テスト、授業免除、友達に聞く、教材は普通の組み合わせであるという。当方の一コマは、②③④⑤⑥の1時限は「本日の演習問題の範囲とプリント課題の宣言」「要点説明、あるいは演習問題解法説明」「演習問題の実行チェック」「豆テ

ストプリントを渡し、その満点答案回収」と続く。時間をかなりオーバーするときもあるが、主旨、全員が終了するまで続けている。友達同士の教えあいもみられる。⑧の修了試験、それに続く⑨追試は、少なくとも60点以上になるまでは何回も試験をくり返す。あくまで試験合格にこだわり、レポート提出では済ませないという方針で臨んでいる。

それでは、次に①と⑧の試験点数の変化を追うことで、試行結果をみることにする。

6. 試行結果

先ほど述べた授業展開で数学の得点がどのように変化したかを試験問題の一部紹介とともに図に示す。初回と期末の差に注目していただきたい。

- 問12] $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\sin \beta = \frac{1}{2}$ のとき, $\sin(\alpha + \beta)$ の値を求めよう。ただし, α, β は鋭角, (答) _____
- 問13] 次の分数式を計算しよう。
- (1) $\frac{x^3+8}{2x^3-5x+2} \times \frac{x-2}{x^3+5x+6}$ (2) $\frac{x-1}{x-2} - \frac{x+1}{x+2}$
- (答) _____ (答) _____
- 問14] 次の計算をしよう。
- $(5+i)(2-i)$ (答) _____
- 問15] 2数 $2 \pm \sqrt{5}i$ を解とする2次方程式を1つ作ろう。(答) _____
- 問16] $a > 0$ のとき, つぎの式を a^b の形で表そう。
- (1) $\sqrt[3]{\sqrt{a}}$ (2) $\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a}}$
- (答) _____ (答) _____
- 問17] $\log_{10} 2 = a$, $\log_{10} 3 = b$ として, 対数 $\log_{10} 24$ を a, b で表そう。
- (答) _____
- 問18] 次の不等式を解こう。
- $\log_2(x-3) < 3$ (答) _____

図3 基礎数学試験問題 20題出題各5点

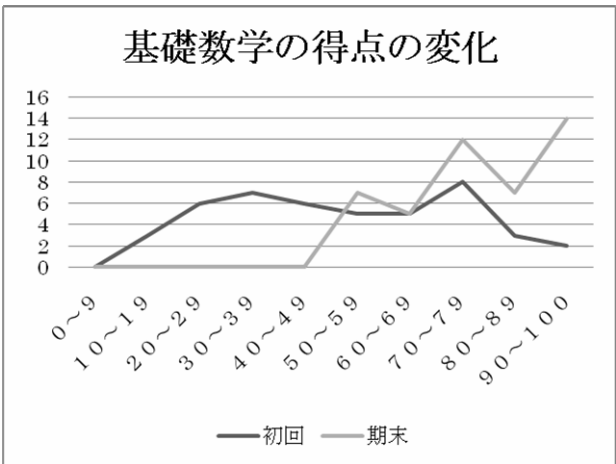


図4 M系2科分45名の点数変化(基礎)

$$(1) \int \cos x dx$$

$$(2) \int \sqrt[4]{x^3} dx$$

{5} 次の定積分を求めよ

$$(1) \int_1^2 \frac{1}{x^3} dx$$

$$(2) \int_1^4 \sqrt{x} dx$$

{6} 次の式を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ。

$$y^2 = 3x \quad (0 \leq x \leq 2)$$

図5 各種関数の微積分試験問題一部 10題×10点

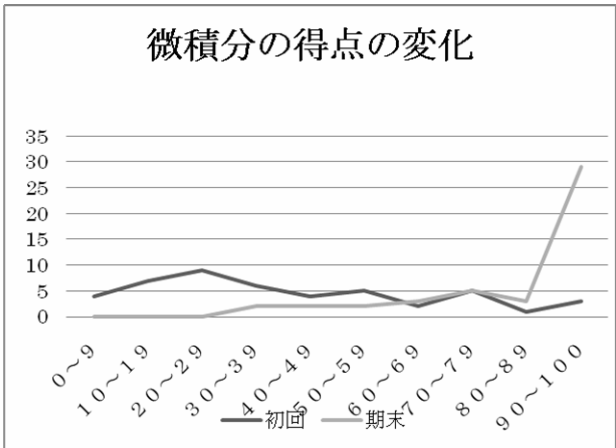


図6 M系2科分45名の点数変化(微積)

試験問題の一部については、その難易度を見てもらうために紹介してある。試験得点の変化の方であるが、初回とは、最初の授業での試験①で、期末とは修了試験⑧で追試のことはこの統計には入っていない。

平均点で言えば、基礎数学では、50点から77点の27点上昇、微積分の場合は、38点から82点の実に44点上昇しているのである。

次に、期末に学校側で実施する「授業評価アンケート」というものがあるが、M系2科分の集計によれば、次の様な結果であった。(図7参照)

つまり、授業の指導方法について、説明、進度、教材 すべてに98%の者が支持を表明しているのである。これは、当方の狙い通りであり、予想より好成績であった。

3. この授業の指導方法について、お答えください。
設問 3-1 説明の仕方はわかりやすかったですか。

はい：98%

設問 3-2 この授業の進行速度は、どうでしたか。

はい：98%

設問 3-3 使用された教材は十分でしたか。

はい：98%

図7 授業評価アンケート

他科はどうであったか。表6に、7科分の基礎数学の試験点数が初回と期末で、どう変化したかを示す。M系2科に続き、E科、A科、I科もM系ほどではないにしろ得点が20点前後上昇している。C科、D科では少し様子が違っていた。

表7 基礎数学 全科 得点変化表

科 名	初回 試験	修了 試験	上昇 点
M系2科(46)	50	77	27
E科(36名)	54	76	22
A科(20名)	61	79	18
I科(23名)	45	70	25
C科(24名)	40	(78)	前半
D科(25名)	24	(54)	前半

C科、D科は、基礎数学2単位のみを履修表にあげている科で他の5科の6単位採用とは違っている。

この2科の場合は、基礎数学を前半9回、後半9回に分けて実施した。表7にこの2科について前半のみの点数を入れてあるが、まずまずの成績で他と遜色がない。しかしながら、後半に移り最終修了試験で、C科は4名が、D科では過半数以上が不合格者という結果がでてしまった。決定的に反省しているのは、C科とD科は合同授業で、少人数の授業形態でなく、2科分の人数をうまくマネジメントすることができなかったことだと思っている。学力のバラツキがある中で底上げを狙うとしたことに反し、限られた時間内で講義を終了させることを優先させたため、焦点のあたらなくなったD科の多くの学生の期待を裏切ることとなった。初回の試験結果より想定できたのではと思うと残念ではあるが、まずはできるだけ少人数対象である

ことがより有効に対処できたと思われる。

この結果、追試、追試の作業に追われることとなったが、細目まで検討された問題が順序良く収められている本教材が側にあることで指導を推進できたことは言うまでもない。

7. おわりに

教育訓練の現場の担当者が、実践技術者のための、あるいはこれから実践技術者になろうとする者のための基礎数学は何かを協議し、3部作として纏めた経緯について述べた⁽⁸⁾。対象者は時代とともに変わり、この新刊テキストとて、すぐにでも改訂をしていくことが望まれるであろう。

次に、このテキストを使つての実際の授業展開について報告した。

数学の学習履歴自体が、さまざまであり、そのバラツキは科と科のあいだに存在し、また同じ科の内に存在するという事実にも気づかされる。

このような中で展開される授業例としての実践が続く。提案は、いわゆる出来る方を切り捨て、出来ない方を指導して底上げを狙おうとしたものである。

この試みは、少人数クラスに支えられて、また、試験の点数取りということについて成功したと思っている。しかしながら、「出来る方のアテンドは」、また、「本当の学力とは」、はたまた「数学のおもしろさは」、などたくさんの課題が飛び出してくる。それらの課題を持ちながらもひとり一人の学生を大事にしようとする教育実践に挑戦し続けることが重要なことではないかと思う。

おわりに、本稿のテキストを使つてみての感想としては、非常に有効であると確信していることを報告する。また、数学教材作成委員会では、引き続き視聴覚教材を準備すること、デジタル資料、授業展開の意見交換をネット上でやるなどの構想をもっている。

今後も、沢山の教材開発事業をすすめ職業能力開発の場に共有する財産を膨らませていきたいものだと思う。

また、一人一人を大事にする実践は、学科、実習にかかわらず職業能力開発の場においてこそ実現するのではなかろうか。

(文責 山見)

(注釈)

- (1) 実践教育訓練研究協会は、正会員 460 名の
社団法人であり、平成 5 年（1993）に労働省
の認可を受けたが、前身実践教育研究会の発足は、
昭和 61 年（1986 年）であり本年 25 年を迎える。

事務局住所

〒185-0021 東京都国分寺市南町 2-18-36-203

会長 大竹 勉

<http://www.jissen.or.jp>

- (2) 数学教材開発委員会のメンバー

氏 名	勤務先
加部 通明	関東能開大
○川守田 聡	千葉能開促進センター
栗山 好夫	職業大東京校
後藤 和則	職業大東京校
塩練 俊一	近畿能開大
野添 恭通	川内能開短大
波多江 茂樹	港湾能開短大横浜校
福良 博史	職業大東京校
山見 豊	職業大東京校

○印 編集長 勤務先は 2010.9 現在

- (3) 読売新聞 2010.1.6 朝刊 14 版社会

「学力考第 1 部」

「1990 年代から叫ばれた学生の学力低下は、難関
大でも指摘された。早くから危機感を抱いた国立
大は 04 年のセンター試験から 5 教科 7 科目を課
すよう申し合わせるが、徹底されなかった。」

- (4) 波多江茂樹他「基礎学力向上に向けての教材
の開発」2009 実践教育研究発表会 予稿集

「我々、職能短大および能開大の専門課程に入校
してくる学生にも顕著に基礎学力不足が表れて
いる。」

- (5) 実践教育研究会の出版事業は、1989 年に「機
械工学基礎実験書」を工業調査会より出版したの
がはじまりである。当初、委託出版であったが、
2003 年ごろから自費出版に転じた。現在、I S B
N も自ら発行し、自費出版に努めている。右欄、
テキスト一覧表を参照、またオンデマンド図書も
手懸けている

- (6) <http://www.su-gaku.net/>

数検財団の許可を得て過去問題より練習問題
を抽出した。

- (7) 野添恭通「基礎学力向上のための数学教育形
態の構築」2010 実践教育研究発表会 予稿集
「コンジョイントカードの作成：アンケート項目
を 5 項目（テストの有無、授業の進め方、クラス
編成、理解不足時の対応、教材の適正さ）に設定
した。」

- (8) 波多江茂樹「実践技術者のための数学教材の
開発」2010 実践教育研究発表会 予稿集

「本報告では、実践研で新たに出版した「実践
技術者のための基礎数学 微分・積分編」の編集
方針、テキストの内容等について述べる」

(社)実践教育訓練研究協会編 出版物一覧表

平成 23 年 7 月 27 日

	テ キ ス ト 名	発行日	定価(税込)
1	仕事を学ぶ	2004.3	1,500
2	創造性開発技法	2005.1	1,200
3	実践技術者のための基礎数学 基礎編	2009.7	2,500
4	実践技術者のための基礎数学 微分・積分編	2010.3	2,000
5	実践技術者のための基礎数学 線形代数編	2010.9	2,000
6	安全基礎工学入門 -労働災害の原因と対応技術-	2010.12	2,730
7	安全管理技術 災害防止を配慮した機械をどう使いどう創りだすか	2010.12	2,940
8	改訂版 実践技術者 基礎問題集 機械系	2009.2	1,200
9	実践技術者 基礎問題集 電気・電子系	2006.6	1,200
10	木造建築設計ワークブック	2011.1	3,150
11	【註1】 改訂版 Windows版 JW-CADで学ぶ建築製図	2011.1	3,150
12	プラスチック金型の設計・製作と射出成形技術 (CD-ROM版)	2002.10	8,000
13	技術と社会 -技術の本質とこれからのものづくり-	【註2】	1,680
14	改訂版 新 J I S 対応 ものづくりのための機械製図	【註2】	2,700
15	機械の制御 -理論と実際-	【註2】	2,900
16	実践技術統計入門	【註2】	1,800
17	機械工学基礎実験 基礎編	【註2】	2,300
18	機械工学基礎実験 試験編	【註2】	2,200
19	機械工学基礎実験 計測技術編	【註2】	2,100
20	機械用語大辞典	1997.11	29,400
21	機械用語大辞典 (CD-ROM版)	1999.12	26,250
22	機械用語大辞典 (コンパクト版)	2002.8	5,040

【註1】 このテキストは、書店では販売いたしておりません。
実践教育訓練研究協会にて直接販売しているテキストです。

【註2】 注文を受けた数量だけオンデマンド印刷により出版します。