0.11 ジュニア版　　決定論と確率論

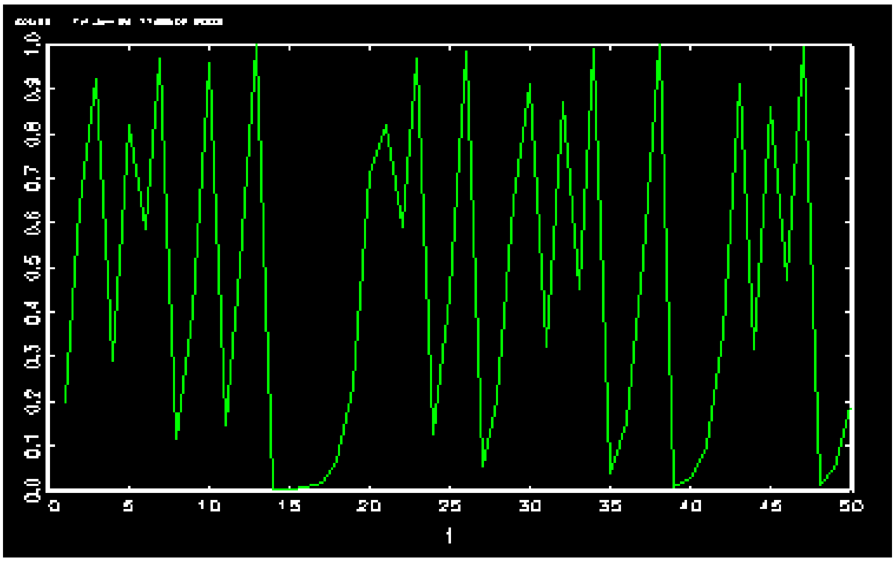
　世の中の人々の経済的いとなみや物質のふるまいの中には、一見するとジグザグに見えるものでも、決定した１つの数式で表せるふるまいと確率過程をともなった数式で表せるものがあることをここでは示しておこう。

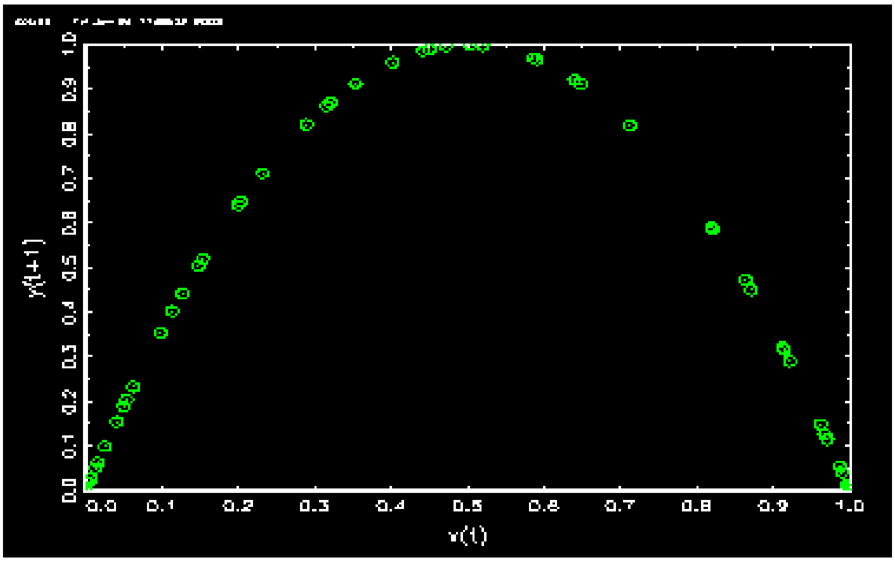
決定論的なふるまい

プログラム

```
new;
cls;
/* Generating n data */
n=50;
x=zeros(n,1);
x[1]=0.2;
i=2;
do while i<=n;
    x[i]=4*x[i-1]*(1-x[i-1]);
    i=i+1;
endo;
/* Graph */
library pgraph;
pqgwin many;
    graphset;
        xlabel("t");
        ytics(0,1,0.1,0);
        xy(seqa(1,1,n),x);
    graphset;
        _plctrl=-1;
        xlabel("x(t)");
        ylabel("y(t+1)");
        xy(x[1:n-1],x[2:n]);
```

グラフ表示





上の１番目のグラフはｘ軸に時間ｔをとってデータをふるまいをプロットしたものである。ジグザグの形をしていて、一見するとランダムにも見えるしサイクルがあるようにも見える。しかしながら、ｘ軸に当期の x(t)をとりｙ軸に次の期の x(t+1)をとってみると状況は一変する。きれいな放物線を描いていることがわかる。

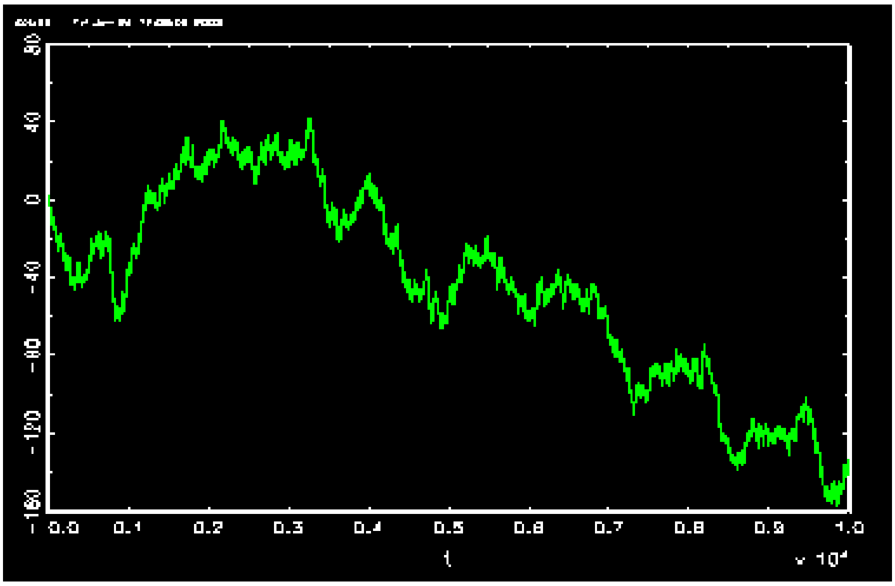
確率論的なふるまい

プログラム

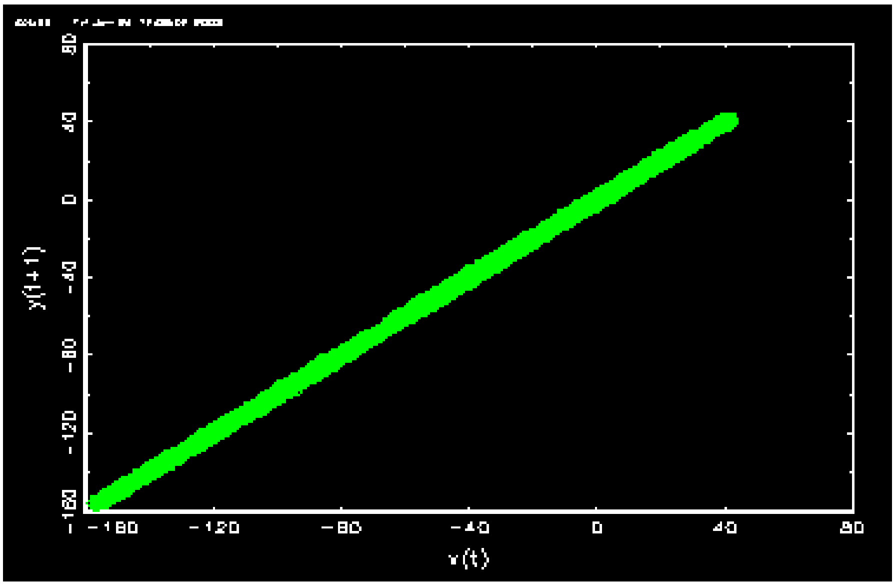
```
new; cls;
n=10000;
xt=rndn(n,1);
```

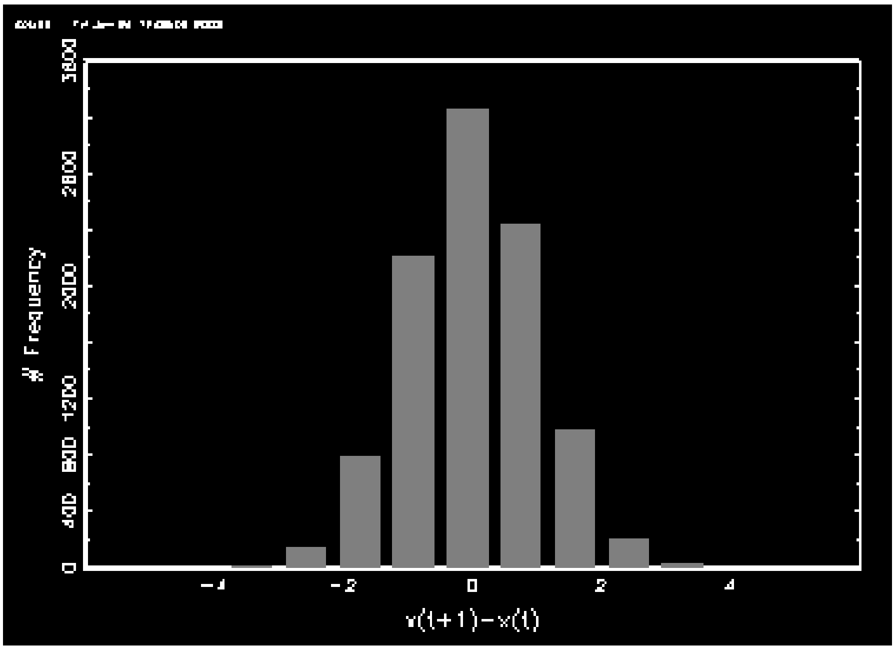
```
x=cumsumc(xt);
library pgraph;
pqgwin many;
graphset;
    xlabel("t");
    xy(seqa(1,1,n),x);
graphset;
    _plctrl=-1;
    xlabel("x(t)");
    ylabel("y(t+1)");
    xy(x[1:n-1],x[2:n]);
graphset;
    xlabel("x(t+1)-x(t)");
    hist(x[2:n]-x[1:n-1],9);
```

グラフ表示



この例は、少しデータを多くしているが前の例と同じｘ軸に時間ｔをとっている。一見するとジグザグの中にも下降するトレンドがあるように思えてくる。しかしながら、この１番目のプロットは自分でプログラムを実行するとわかるように、その時そのときの乱数の出具合によって下降トレンドにもなれば上方トレンドにもなるし、そうではない場合もある。前の例と同じく、ｘ軸に当期の値 x(t)をｙ軸に次期の値 x(t+1)をとってプロットしてやると次のようなプロットになる。右上がりの直線となり、決定論的ではないにしても、何らかの正の相関関係または回帰分析ができる関係にあるように見える。しかしながら、この分析は実は正しくないことがすぐにわかる。





上の一番最後のヒストグラムのように $\Delta x(t)$ すなわち $x(t+1)-x(t)$ の値をヒストグラムにしてやると美しいベルシェイプを描いていることがわかる。これはまさしく確率論そのものなのである。

上の２つで見たことから少なくとも言えることは、何かのデータが与えられているならばそのプロットだけから判断をしては誤りを犯すということである。少なくとも、当期と次期の階差をとってみることが必要である。

パラメーターによるふるまいの変化

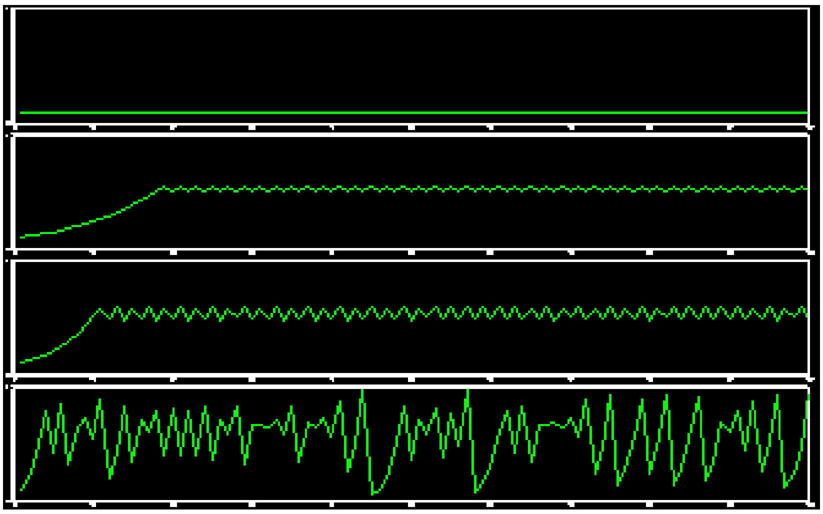
以下では、同じ決定論的ふるまいをするメカニズムであっても、そのとり得るパラメータの値によって時系列データが全くの違うものになることを示そう。

プログラム

```
new;
cls;
x1=0.1;
library pgraph;
graphset;
    pqgwin many;
    begwind;
    window(4,1,0);
        setwind(1);
            a=1;
            x=simplemay(x1,a);
            ytics(0,1,1,0);
            xy(seqa(1,1,rows(x)),x);
        setwind(2);
            a=1.1;
            x=simplemay(x1,a);
            ytics(0,1,1,0);
            xy(seqa(1,1,rows(x)),x);
        setwind(3);
            a=1.2;
            x=simplemay(x1,a);
            ytics(0,1,1,0);
            xy(seqa(1,1,rows(x)),x);
        setwind(4);
            a=1.99;
            x=simplemay(x1,a);
            ytics(0,1,1,0);
            xy(seqa(1,1,rows(x)),x);
        endwind;
    _plctrl=-1;
    xtics(0,1,0.5,0);
```

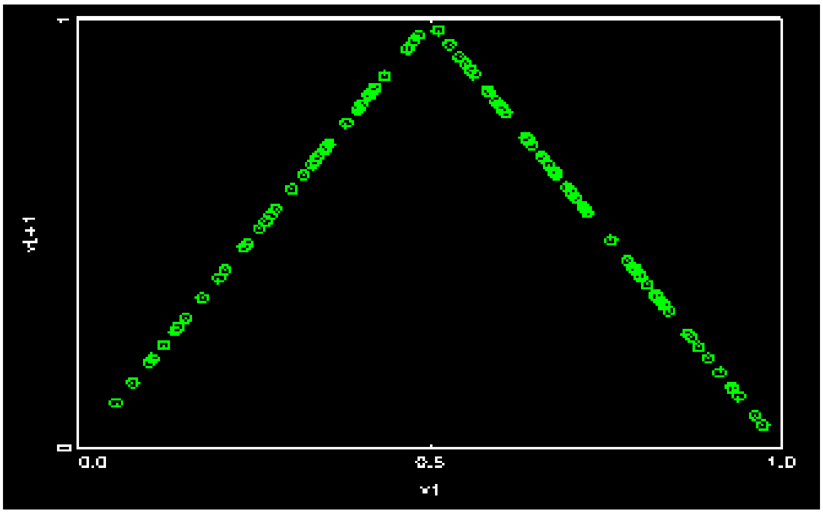
```
    ytics(0,1,1,0);
    xlabel("xt");
    ylabel("xt+1");
    xy(x[1:rows(x)-1],x[2:rows(x)]);

proc simplemay(x1,a);
    local n,x,i;
    n=100;
    x=zeros(n,1);
    x[1]=x1;
    i=1;
    do while i<=n-1;
        if x[i]<=0.5;
            x[i+1]=a*x[i];
        elseif x[i]>0.5;
            x[i+1]=a-a*x[i];
        else;
            errorlog "ERROR: Out of range.";
        endif;
        i=i+1;
    endo;
    retp(x);
endp;
```

グラフ表示



上のように、最初がａ＝１，それから順にａ＝1.1, ａ＝1.2, ａ＝1.99 に増加させた場合に、その時系列のふるまいが見かけ上、一定値→サイクル→複数サイクル→複雑なふるまいと

いうふうに変化をたどることを示している。しかしながら、ｘt とｘt+1 の関係をグラフにするとその背景には、次のような関係があることがわかる。



横軸にはｘt を縦軸にはｘt+1 をとっている。その生成メカニズムのプログラム部分でもわかるように、端点が０と１で、頂点が(0.5,a/2)で、傾きがａと－ａとなる三角形上の２辺の上に軌跡があることがわかる。

Further Readings

特にマクロ経済学に興味のある読者は次の２冊を詳細に読むと得るところが大きいだろう

Day, R., 1994, Complex Economic Dynamics, Vol. 1: An Introduction to Dynamical Systems and Market Mechanisms, MIT Press. ISBN: 0262041413

Day, R., 2000, Complex Economic Dynamics, Vol. 2: An Introduction to Macroeconomic Dynamics (Studies in Dynamical Economic Science), MIT Press. ISBN: 0262041723