

数学 B 期末試験

2001 年 9 月 18 日
基礎工学部情報科学科

1

$u(x, y) = 2xy - y$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $u(x, y)$ は調和関数であることを示せ。
- (2) $u(x, y)$ を実部にもつ正則関数 $f(z)$ を求め、 z の関数として表せ。

2

半直線 $C : z; z(t) = te^{i\theta}, 0 \neq t \neq +\infty$ (θ は一定) に対し、 $0 < \theta < \pi/2$ のとき

$$\int_C e^{2iz} dz$$

を求めよ。

3

$$f(z) = \int_C \frac{1}{\xi(\xi - z)} d\xi$$

とする。但し、 C は原点 0 を中心とする半径 2 の円周で、反時計回りに向き付けられているとする。このとき次を示せ。

$$f(z) = \begin{cases} 0 & |z| < 2 \\ -\frac{2\pi i}{z} & |z| > 2 \end{cases}$$

4

$$f(x) = \frac{1}{(z^2 + a^2)(z^2 + b^2)}$$

とする。但し、 a, b は共に実数で、 $0 < a < b$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(z)$ の上半平面における特異点を全て求め、更にその種類を述べよ。極の場合その位数も明示すること。
- (2) (1) で求めた特異点における留数を求めよ。
- (3) (2) の結果に基づいて、積分

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2 + a^2)(x^2 + b^2)} dx$$

の値を求めよ。