

$$\begin{array}{r} x^2 - x - 2 \\ x-1 \overline{) x^3 - 2x^2 - x + 2} \\ \underline{x^3 - x^2} \\ -x^2 - x \\ \underline{-x^2 + x} \\ -2x + 2 \end{array}$$

1. 次の微分方程式の一般解を求めなさい。

- (a) $xy' = x + y$
 (b) $y' + 2y = e^x(3 \sin 2x + 2 \cos 2x)$
 (c) $y'' + 4y' + 4y = 0$
 (d) $x^2y'' + 7xy' + 13y = 0$
 (e) $y'' - y' - 2y = 3e^{2x}$
 (f) $y''' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^3}$

$$\begin{aligned} & 4x^{-2} \ln x \\ & 5x(-2x^{-3} \ln x + x^{-3}) \\ & x^2(-3x^{-4} - 6x^{-4} \ln x - 2x^{-4}) \end{aligned}$$

2. 次の微分方程式を解きなさい

- (a) $y''' - 2y'' - y' + 2y = 0$
 (b) $y'''' + 5y'' + 4y = 0$

3. 微分方程式

$$y'' + \frac{c}{m}y' + \frac{k}{m}y = 0$$

を連立微分方程式に変換しなさい。また、 $m = 1, c = 2, k = \frac{3}{4}$ のとき、一般解を求めなさい。

4. 次の連立微分方程式の実数の一般解を求めなさい。

- (a)
$$\begin{cases} y_1' = y_1 + y_2 \\ y_2' = 3y_1 - y_2 \end{cases}$$

- (b)
$$\begin{cases} y_1' = -3y_1 - y_2 + 2y_3 \\ y_2' = -4y_2 + 2y_3 \\ y_3' = y_2 - 5y_3 \end{cases}$$

$$\frac{2}{3}x_2 \quad \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$-\frac{3}{2} \quad x_1 = 2x_2$$

$$-\frac{3}{4} \quad \frac{1}{2} \quad x_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

5. 次の連立微分方程式の臨界点のタイプと安定性を決定しなさい。また、実数値の一般解を求めなさい。

(a)

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 \\ y_2' = 2y_1 + y_2 \end{cases}$$

-2 2

(b)

$$\begin{cases} y_1' = -y_1 + 4y_2 \\ y_2' = 3y_1 - 2y_2 \end{cases}$$

2 -2

6. $a, b, k, l > 0$ とするとき、連立微分方程式

$$\begin{cases} y_1' = ay_1 - by_1y_2 \\ y_2' = ky_1y_2 - ly_2 \end{cases}$$

の臨界点を求め、それぞれについて臨界点のタイプを求めなさい。

7. 次の微分方程式の解をべき級数法によって求めなさい。

(a) $(a^2 - x^2)y'' - 2xy' + 12y = 0$

(b) $x(x-1)y'' + (3x-1)y' + y = 0$

4

3

$\frac{4}{5}x_2$

-3

4

3

-4

$(\frac{4}{5})$