2009.5.25 実施

# 平成21年度 情報数学基礎 第1回中間試験問題（伊野担当分）

$\boxed{1}$ $X = \{\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\}\}$ とする．

(1) べき集合 $\mathcal{P}(X)$ を示せ．

(2) 次の述語を真にする $Y \in X$ と $W \in \mathcal{P}(X)$ をすべて示せ．$Q = \{\{a,b\},\{a,c\}\}$ とする．ここで，$\emptyset$ は空集合を表す．

(a) $\forall Z \in Q[Y \cap Z = \emptyset]$

(b) $\forall V \in \mathcal{P}(X)[V \supseteq W]$

$\boxed{2}$ 命題関数 $M(x,y), L(x,y)$ を右表のように定義する．ただし，$x, y$ の対象領域は $A = \{a,b,c\}$ とする．次の命題の真偽を判定せよ．理由を簡単に述べること．

(1) $(\exists x \in A)(\exists y \in A)[M(x,y) \Rightarrow L(x,y)]$

(2) $(\forall x \in A)(\exists y \in A)[M(x,y) \Leftrightarrow L(x,y)]$

(3) $(\exists x \in A)(\forall y \in A)[\neg(M(x,y) \vee L(x,y))]$

| $x$ | $y$ | $M(x,y)$ | $L(x,y)$ |
|---|---|---|---|
| $a$ | $a$ | $F$ | $F$ |
| $a$ | $b$ | $F$ | $T$ |
| $a$ | $c$ | $T$ | $T$ |
| $b$ | $a$ | $T$ | $T$ |
| $b$ | $b$ | $T$ | $F$ |
| $b$ | $c$ | $F$ | $T$ |
| $c$ | $a$ | $F$ | $F$ |
| $c$ | $b$ | $F$ | $F$ |
| $c$ | $c$ | $T$ | $T$ |

$\boxed{3}$ 0と1からなる $n$ 文字の並びの集合 $B_n$ を考える．たとえば，$n = 3$ の場合は，$B_3 = \{000, 001, 010, 100, 110, 101, 011, 111\}$ である．このとき，次のような関係 $R_n \subseteq B_n \times B_n$ を考える．ここで $x = x_1 x_2 \ldots x_n \in B_n$ および $y = y_1 y_2 \ldots y_n \in B_n$ ($i, j = 1, 2, \ldots, n$ について $x_i, y_j \in \{0,1\}$) であり，$\leq$ は通常の数に対する不等号であるとする．

$$xR_n y \Leftrightarrow \forall i \in \{1, 2, \cdots, n\}(x_i \leq y_i)$$

例えば，$n = 3$ の場合，$(010, 011) \in R_3, (101, 111) \in R_3, (010, 100) \notin R_3$ となる．この $R_n$ は順序関係となることが示せる．

(1) $n = 3$ の場合のハッセ図を示せ．

(2) $n = 3$ の場合の次の上界，極大元，上限，最大元を求めよ（存在しない場合もある）．

(a) $\{010, 100, 001\}$

(b) $\{010, 100, 110\}$

$\boxed{4}$ 整数の集合 $N(= \{\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots\})$ 上の関係 $R$ を次のように定める．

$$xRy \Leftrightarrow x + y \text{ が偶数}$$

(1) $R$ が同値関係であることを示せ．

(2) 同値類 $[2]_R$ と $[3]_R$ を示せ．それぞれ無限集合となるが，特徴がわかるように回答すること．