平成22年度 情報数学基礎 第1回中間試験問題（伊野担当分）

$\boxed{1}$ $X = \{\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\}\}$ とする．

(1) べき集合 $\mathcal{P}(X)$ を示せ．

(2) 次の述語を真にする $Y \in X$ と $W \in \mathcal{P}(X)$ をすべて示せ．$Q = \{\{1,3\},\{2,3\}\}$ とする．ここで，$\emptyset$ は空集合を表す．

(a) $\forall Z \in Q[Y \cap Z \neq \emptyset]$

(b) $\forall V \in \mathcal{P}(X)[V \subseteq W]$

$\boxed{2}$ 命題関数 $M(x,y), L(x,y)$ を右表のように定義する．ただし，x,y の対象領域は $A = \{a,b,c\}$ とする．次の命題の真偽を判定せよ．理由を簡単に述べること．

x	y	$M(x,y)$	$L(x,y)$
a	a	F	F
a	b	F	T
a	c	T	T
b	a	T	T
b	b	T	F
b	c	F	T
c	a	F	F
c	b	F	F
c	c	T	T

(1) $(\forall x \in A)(\forall y \in A)[M(x,y) \vee L(x,y)]$

(2) $(\exists x \in A)(\forall y \in A)[M(x,y) \Leftrightarrow L(x,y)]$

(3) $(\forall x \in A)(\exists y \in A)[M(x,y) \Rightarrow L(x,y)]$

(4) $(\exists x \in A)(\forall y \in A)[\neg(\neg M(x,y) \wedge \neg L(x,y))]$

$\boxed{3}$ 0と1と2からなる n 文字の並びの集合 B_n を考える．たとえば，$n=2$ の場合は，$B_2 = \{00,01,02,10,11,12,20,21,22\}$ である．このとき，次のような関係 $R_n \subseteq B_n \times B_n$ を考える．ここで $x = x_1x_2\ldots x_n \in B_n$ および $y = y_1y_2\ldots y_n \in B_n$ $(i,j = 1,2,\ldots,n$ について $x_i, y_j \in \{0,1,2\})$ であり，$\leq$ は通常の数に対する不等号であるとする．

$$xR_ny \Leftrightarrow \forall i \in \{1,2,\cdots,n\}(x_i \leq y_i)$$

例えば，$n=2$ の場合，$(00,02) \in R_2, (10,22) \in R_2, (02,10) \notin R_2$ となる．この R_n は順序関係となることが示せる．

(1) $n=2$ の場合のハッセ図を示せ．

(2) $n=2$ の場合の次の上界，極大元，上限，最大元を求めよ（存在しない場合もある）．

(a) $\{02,11,12,20,21\}$

(b) $\{00,01,10,11\}$